ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. **Л. А. Арцимович**, акад. **А. Г. Бетехтин**, акад. **С. А. Векшинский**, акад. **А. Н. Колмогоров** (зам. главного редактора), акад. **А. Л. Курсанов**, акад. **С. А. Лебедев**, акад. **А. И. Опарин** (главный редактор), акад. **Е. Н. Павловский**, акад. **Л. И. Седов**, акад. **Н. М. Страхов**, акад. **А. Н. Фрумкин** (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

Том 117

НОЯБРЬ—ДЕКАБРЬ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА

Digitized by the Internet Archive
in 2023

https://archive.org/details/rossiiskaya-akademiya-nauk-doklady_1957_117_1

1 ноября

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

дакционная коллегия: акад. **Л. А. Арцимович,** акад. **А. Г. Бетехтин,**
ад. С. А. Векшинский, акад. **А. Н. Колмогоров** (зам. главного редактора),
ад. А. Л. Курсанов, акад. **С. А. Лебедев,** акад. **А. И. Опарин** (главный
дактор), акад. **Е. Н. Павловский,** акад. **Л. И. Седов,** акад. **Н. М. Страхов,**
акад. **А. Н. Фрумкин** (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

ТОМ 117, № 1

СОДЕРЖАНИЕ

АТЕМАТИКА *Стр.*

С. И. Адян. Конечно-определенные группы и алгоритмы 9
И. А. Бахтин. Об одном классе уравнений с положительными операторами . . 13
Е. А. Бредихина. О наилучших приближениях почти-периодических функций целыми функциями конечной степени 17
Т. Д. Вентцель. О некоторых квазилинейных параболических системах 21
Я. Л. Геронимус. О некоторых оценках в теории форм Тёплица и ортогональных многочленов 25
С. Г. Михлин. Сингулярные интегралы в пространствах L_p 28
Г. И. Натансон. К теореме С. М. Лозинского 32
В. К. Саульев. К вопросу о численном интегрировании параболических уравнений 36
И. В. Шрагин. О некоторых операторах в обобщенных пространствах Орлича 40
В. А. Якубович. Об одном классе нелинейных дифференциальных уравнений 44

ЕХАНИКА

А. Ю. Ишлинский. Пример бифуркации, не приводящей к появлению неустойчивых форм стационарного движения 47
М. Е. Темченко. Об устойчивости одного из положений динамического равновесия одной механической системы 50

ИЗИКА

Е. П. Григорьев, Б. С. Джелепов, А. В. Золотавин, Б. Крацик, Б. К. Преображенский и И. С. Янчевская. Конверсионный спектр Ho^{160} 53
И. А. Карпович и А. Т. Вартанян. К вопросу о вентильной фотоэдс фотоэлементов с красителями 57
С. Секерский и А. К. Лаврухина. Радиохимическое исследование реакции Si^{30} (p, π^+) Si^{31} 61
Е. В. Ступоченко и И. П. Стаханов. К теории нестационарных разрывов в релаксирующих средах 65

ГЕОФИЗИКА

А. М. Гусев и **Н. П. Русин.** Метеорологическая характеристика внутреннего района Восточной Антарктиды по наблюдениям на станции Пионерская . 6

БИОФИЗИКА

Л. А. Блюменфельд и **А. Э. Калмансон.** Спектры электронного парамагнитного резонанса облученных нативных и денатурированных белков 7

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. А. Бочвар и **Е. Б. Бровченко.** Изменение размеров пластин из медно-цинковых сплавов при циклической термической обработке 7
А. Е. Кобринский, М. Г. Брейдо, В. С. Гурфинкель, А. Я. Сысин, М. Л. Цейтлин и **Я. С. Якобсон.** Биоэлектрическая система управления . 7

ХИМИЯ

Л. А. Аксанова и **Н. А. Преображенский.** Синтез алкалоида иохимбина . . . 8
А. А. Баландин и **Н. А. Васюнина.** Избирательное гидрирование моносахаридов и многоатомных спиртов 8
А. Д. Гельман, Н. Н. Маторина и **А. И. Москвин.** Исследование условий образования и прочности оксалатных комплексных соединений Pu (III) в водных растворах 8
А. Н. Несмеянов и **Н. С. Кочеткова.** Гомологи ферроцена с третичным алкильным радикалом 9
Н. И. Шуйкин и **И. Ф. Бельский.** Селективное восстановление алкилфурилкарбинолов в алкилфураны на палладиевом катализаторе 9

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Д. К. Белащенко. О структурных особенностях жидких сплавов некоторых двойных систем 9
А. Н. Фрумкин. О разности потенциалов и накоплении составных частей раствора в диффузионном слое при стационарном электролизе 10

БИОХИМИЯ

Ф. Ф. Литвин и **А. А. Красновский.** Исследование промежуточных стадий образования хлорофилла в этиолированных листьях по спектрам флуоресценции 10

ГЕОЛОГИЯ

Ю. А. Алюшинский, Г. И. Кириченко и **Б. В. Тимофеев.** Споры синийских отложений Енисейского кряжа 11
Л. В. Голубева. К вопросу о палеофитологическом обосновании стратиграфии четвертичных отложений северо-западной части Западно-Сибирской низменности 11

МИНЕРАЛОГИЯ

А. П. Калита. О составе обручевита — гидратированной урано-иттриевой разновидности пирохлора 11

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

А. Н. Гладкова. Некоторые новые данные о флоре из плиоценовых отложений полуострова Челекена 12
П. И. Дорофеев. О плиоценовой флоре нагавских глин на Дону 12
А. А. Чигуряева и **Е. А. Скиданова.** Материалы к истории растительности Юго-Востока в среднеплейстоценовое время 12

ГИСТОЛОГИЯ

А. А. Колосова. Интрамуральная нервная система сердца при его экспериментальных инфарктах 13

ЭКОЛОГИЯ

З. Ф. Ключко. О лете совок (Lepidoptera, Noctuidae) на различные источники света 13

Стр.

ИКРОБИОЛОГИЯ

Г. Ф. Гаузе, Г. В. Кочеткова и Г. Б. Владимирова. О биохимических мутантах у дрожжевых клеток с поврежденным окислением 138
М. Н. Мейсель, Н. А. Помощникова и Т. С. Соколова. Влияние блокирования внутриклеточных структур на радиоустойчивость клеток 148

ИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Н. С. Петинов и А. Н. Павлов. О роли отдельных органов в наливе зерна пшеницы 142
Ф. Д. Сказкин и И. Г. Завадская. К вопросу о влиянии недостаточного увлажнения почвы и азотного питания на микроспорогенез у ячменя 150

ОЛОГИЯ

С. К. Клумов. Береговые лежбища котиков (Callorhinus ursinus) и места обитания каланов (Elhydra nutris) на Курильских островах и ориентировочное определение их численности 153

АРАЗИТОЛОГИЯ

Г. П. Романова. Кишечные паразиты сеголетков судака Рыбинского водохранилища 157

CONTENTS

ATHEMATICS *Pages*

S. I. Adian. Finitely defined groups and algorithms 9
I. A. Bakhtin. On a class of equations with positive operators 13
E. A. Bredikhina. On the closest approximation of almost periodical functions by integral functions of finite degree 17
T. D. Wentzell. Certain quasilinear parabolic systems 21
J. L. Heronimus. On certain estimates in the theory of Töplitz forms and orthogonal polynomials 25
S. G. Mikhlin. Singular integrals in L_p spaces 28
G. I. Natanson. On the Lozinsky theorem 32
V. K. Sauliev. Numerical integration of parabolic equations 36
I. V. Shragin. On certain operators in generalized Orlich spaces 40
V. A. Iakubovich. On a class of non-linear differential equations 44

ECHANICS

A. Yu. Ishlinsky. A bifurcation instance not leading to unsteady forms of stationary motion 47
M. E. Temchenko. On the stability of one of the mechanical equilibrium positions of a certain mechanical system 50

HYSICS

E. P. Grigoriev, B. S. Dzhelepov, A. V. Zolotavin, B. Kratsik, B. K. Preobrazhensky and I. S. Yanchevsky. The conversion spectrum of Ho^{160} . . 53
I. A. Karpovich and A. T. Vartanian. On the barrier layer photoelectromotive force of photoelectric elements with dyestuffs 57
S. Sekersky and A. K. Lavrukhina. A radiochemical investigation of the Si^{30} (p, π^+) Si^{31} reaction 61
E. V. Stupochenko and I. P. Stakhanov. On the theory of non-stationary ruptures in relaxing media 65

EOPHYSICS

A. M. Gusev and N. P. Russin. A meteorological description of the internal region of East Antarctis according to observations carried out at the Pionerskaia station 68

214

BIOPHYSICS

L. A. Blumenfeld and **A. E. Kalmanson.** Spectra of electronic paramagnetic resonance of irradiated native and denatured proteins 7

TECHNICAL PHYSICS

A. A. Bochvar and **E. B. Brovchenko.** Size change of copper-zinc alloy plates on cyclic thermal treatment 7
A. E. Kobrinsky, M. G. Breido, V. S. Gurfinkel, A. J. Sysin, M. L. Tzetlin and **J. S. Yakobson.** A bioelectric control system 7

CHEMISTRY

L. A. Aksanova and **N. A. Preobrazhensky.** The synthetic production of johimbine, an alkaloid from the bark of Corynanthe Johimbe 8
A. A. Balandin and **N. A. Vasiunina.** The selective hydrogenation of monosaccharides and polyatomic alcohols 8
A. D. Gelman, N. N. Matorina and **A. I. Moskvin.** Conditions for the formation and stability of oxalate complex compounds of Pu (III) in aqueous solutions . . 8
A. N. Nesmeianov and **N. S. Kochetkova.** Ferrocene homologues with tertiary-alkil radical 9
N. I. Shuikin and **I. F. Belsky.** Selective reduction of alkylfurylcarbinoles to alkylfuranes on a palladium catalyst 9

PHYSICAL CHEMISTRY

D. K. Belashchenko. Structural features of liquid alloys among some binary systems 9
A. N. Frumkin. The potential difference and the accumulation of solution components in the diffusion layer during stationary electrolysis 10

BIOCHEMISTRY

F. F. Litvin and **A. A. Krasnovsky.** The investigation of the intermediate stages of chlorophyll formation in etiolated leaves from their fluorescence spectra 10

GEOLOGY

J. A. Aliushinsky, G. I. Kirichenko and **B. V. Timofeev.** Spores from Sinian deposits of the Enissey ridge 11
L. V. Golubeva. Palaeophytological evidence serving to reveal the stratigraphy of quaternary deposits of the North-Western part of the West-Siberian lowland 11

MINERALOGY

A. P. Kalita. On the composition of obruchevite — a hydrated uranium-yttrium variety of pyrochlore 11

PALAEONTOLOGY

A. N. Gladkova. Some new data on the flora from the Pliocene deposits of the Cheleken peninsula 12
P. I. Dorofeiev. On the Pliocene flora of Nagavsk clays in the Don river region 12
A. A Chiguriaeva and **E. A. Skidanova.** Data on the history of the vegetation of the south-east during Middle Pleistocene time 12

HISTOLOGY

A. A. Kolosova. The intramural nervous system of the heart in the case of experimental infarcts 13

ECOLOGY

Z. F. Kluchko. On the flight of Noctuidae attracted by various light sources 13

MICROBIOLOGY

G. F. Gause, G. V. Kochetkova and **G. B. Vladimirova.** On biochemical mutants in yeast cells with disturbed oxidation 13
M. N. Meisel, N. A. Pomoshchnikova and **T. S. Sokolova.** Radiation resistance of cells, as affected by blocking intracellular structures 14

214

Pages

PLANT PHYSIOLOGY

N. S. Petinov and **A. N. Pavlov.** On the rôle of separate organs in the ripening of grain in wheat 146

F. D. Skazkin and **I. G. Zavadskaya.** On the problem of microsporogeny in barley, as affected by inadequate soil moisture and nitrogen nutrition 150

ZOOLOGY

S. K. Klumov. Coastal lying places of Callorhinus ursinus and living places of Enhydra lutris at the Kuril islands, and a tentative determination of their respective number 153

PARASITOLOGY

G. P. Romanova. Intestinal parasites of young Lucioperca sandra in the Rybinsk water reservoir 157

214

ПОПРАВКИ

В статье Е. М. Усовой и Е. М. Ворошина «Исследование строения гидроксамовых кислот и некоторых их производных методом инфракрасной спектрографии», помещенной в ДАН, т. 113, № 6, 1957 г.

	Напечатано	Следует читать
Стр. 1306	$C_6H_5-C(-OH)-N-OH$ (II)	$C_6H_5-C(=N-OH)-OH$ (II)
	гидроксимовая кислота	гидроксимовая кислота
Стр. 1306, таблица 1, графа 2-я	$T_p\ (C_6H_5)$	$T_p\ (C_6H_6)$

В статье тех же авторов «К вопросу о строении бензгидроксамовых кислот и некоторых их производных», помещенной в ДАН, т. 114, № 1, 1957 г.

	Напечатано	Следует читать
Стр. 120	$\left[C_6H_5-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-NH_2\right]^{+} + H_2SO_4^{+}$	$\left[C_6H_5-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-NH_2\right]^{+} HSO_4^{-}$

Т-10577 Подписано к печати 10 XII 1957 г. Тираж 5900. Заказ 2094.
Формат бумаги 70×108 1/16. Бум. л. 5. Печ. л. 13,7+2 вкл. Уч.-изд. л. 14,6
2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., 10

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

С. И. АДЯН

КОНЕЧНО-ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ГРУППЫ И АЛГОРИТМЫ

(Представлено академиком И. М. Виноградовым 7 V 1957)

Группа F называется конечно-определенной, если она может быть задана конечным числом образующих элементов и определяющих соотношений. Групповое свойство α называется инвариантным, если оно, будучи выполнено в группе F, выполнено и во всякой группе F_1, изоморфной группе F.

В [3] была доказана невозможность алгоритмов распознавания для некоторых классов инвариантных свойств конечно-определенных групп. А. А. Марковым доказана невозможность алгоритмов распознавания для весьма широкого класса свойств ассоциативных исчислений [2]. Первая часть настоящей работы является продолжением работы [3]. Доказывается теорема, аналогичная теореме А. А. Маркова для ассоциативных исчислений.

Теорема 1. *Пусть α — некоторое инвариантное групповое свойство. Если существуют как конечно-определенная группа F_1, обладающая свойством α, так и конечно-определенная группа F_2, не вложимая ни в какую конечно-определенную группу с этим свойством, то невозможен алгоритм, определяющий для всякой конечно-определенной группы F, обладает она свойством α или нет.*

В работе [1] П. С. Новиков построил конечно-определенную группу с неразрешимой проблемой тождества. Пусть эта группа, которую мы обозначим через F_0, задается образующими $a_1, a_2, \ldots, a_n$ и определяющими соотношениями*

$$A_i = A_i'. \tag{1}$$

В доказательстве теоремы 1 используется тот факт, что группа F_0 не имеет кручения (последнее в [1] не доказано, но без особого труда может быть доказано на основе работы [1]).

Следующая лемма почти очевидна.

Лемма 1. *Любая конечно-определенная группа F_2 изоморфно вкладывается в конечно-определенную группу F_2', задаваемую системой образующих, которые все имеют бесконечный порядок.*

Пусть группа F_2', в которую изоморфно вкладывается конечно-определенная группа F_2, удовлетворяющая условию теоремы 1, задается образующими $b_1, b_2, \ldots, b_m$ и определяющими соотношениями

$$B_j = B_j'. \tag{2}$$

Через F обозначим свободное произведение

$$F = F_0 * F_2' * F_3,$$

где F_3 — свободная группа с одним образующим p.

* При задании конечно-определенной группы мы всегда будем выписывать только положительный алфавит и нетривиальные определяющие соотношения, т. е. соотношения, которые не выполнены в свободной группе.

Группа F определяется образующими

$$a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n,\ b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_m,\ p \tag{3}$$

и определяющими соотношениями (1) и (2).

Две буквы алфавита (3) назовем однотипными, если либо обе они являются образующими группы F_0, либо обе являются образующими группы F_2'. В противном случае они называются разнотипными.

Лемма. 2. *Две разнотипные буквы алфавита группы F являются свободными образующими порожденной ими в F подгруппы.*

Лемма. 3. *Алфавит группы F можно расположить в последовательность с повторениями*

$$e_1, e_2, e_3, \ldots, e_k, \tag{4}$$

обладающую следующими свойствами: 1) *совокупность букв, стоящих в* (4) *на нечетных местах до e_{k-2}, составляет весь алфавит* (3); 2) *буквы e_i и e_{i+2} разнотипны, буквы e_k и e_{k-1} разнотипны и отличны от буквы p.*

Можно записать определяющие соотношения группы F в алфавите (4). При этом придется добавить ряд соотношений вида $e_i = e_j$, которые будут отражать повторение букв в (4).

Пусть определяющими соотношениями группы F в алфавите (4) будут

$$C_\nu = D_\nu. \tag{5}$$

Рассмотрим произвольное слово A группы F, не содержащее букв p и p^{-1}. По каждому слову такого рода построим конечно-определенную группу, которую будем обозначать через F_{qA}.

Положительный алфавит группы F_{qA} получается добавлением к алфавиту (4) k новых букв $q_1, q_2, \ldots, q_k$. В качестве определяющих соотношений группы F_{qA} берем все соотношения (5), добавляя к ним следующие соотношения:

$$q_i q_{i+1} = q_{i+1} e_i \quad (i = 1, 2, \ldots, k-1); \tag{6}$$

$$e_{2j-1} q_{2j-1} = q_{2j-1} E \quad \left(j = 1,2, \ldots, \left[\frac{k-1}{2}\right]\right); \tag{7}$$

$$e_k q_k E = q_k e_k q_k^{-1}. \tag{8}$$

Основная лемма. *Если $A = 1$ в группе F, то соответствующая группа F_{qA} единичная. Если слово A имеет бесконечный порядок в группе F, то группа F является подгруппой группы F_{qA}.*

Первая часть этой леммы легко доказывается на основании соотношений (6), (7), (8) и леммы 3. Доказательство второй части сложно и представляет основную трудность настоящей работы.

Пользуясь основной леммой, доказать теорему 1 нетрудно.

Каждому слову A группы F_0 поставим в соответствие конечно-определенную группу

$$F'_{qA} = F_{qA} * F_1,$$

где F_{qA} — построенная выше по слову A группа; F_1 — конечно-определенная группа со свойством α, существование которой обусловлено в теореме 1.

Мы получили некоторый класс конечно-определенных групп. Если $A = 1$ в F_0, то $A = 1$ в F, и, по основной лемме, группа F_{qA} единичная. Тогда F'_{qA} изоморфна группе F, и инвариантное свойство α выполнено в группе F'_{qA}.

Пусть $A \neq 1$ в F_0. Тогда слово A имеет бесконечный порядок в F_0, так как F_0 — группа без кручения. Следовательно, слово A имеет бесконечный порядок в F. По основной лемме группа F является подгруппой группы F_{qA}, а, значит, и группы F'_{qA}. Группа F имеет подгруппу F_2', по-

следняя в свою очередь — подгруппу F_2. Так как группа F_2 по условию теоремы 1 не может быть вложена ни в какую конечно-определенную группу со свойством α, то в группе F'_{qA} свойство α не выполнено. В силу неразрешимости проблемы тождества в группе F_0 невозможен алгоритм, определяющий для каждой группы F'_{qA}, выполнено в ней свойство α или нет. Теорема 1 доказана.

Условие теоремы 1 нельзя ослабить, заменив требование существования конечно-определенной группы, не вложимой ни в какую конечно-определенную группу со свойством α, требованием существования конечно-определенной группы, не обладающей свойством α. Действительно, существуют как конечно-определенные группы, совпадающие со своим коммутантом, так и конечно-определенные группы, не совпадающие со своим коммутантом. В то же время есть алгоритм, определяющий для произвольной конечно-определенной группы, совпадает она со своим коммутантом или нет. Это алгоритм, решающий проблему тождества для коммутативных групп.

Заметим, что этот же алгоритм позволяет для произвольной конечно-определенной разрешимой (или произвольной нильпотентной) группы определить, является она единичной или нет. Это тем более интересно, что проблема тождества для разрешимых групп не решена.

Каждое инвариантное свойство α выделяет класс конечно-определенных групп, обладающих свойством α. Такой класс назовем к л а с с о м α-г р у п п. Класс конечно-определенных групп α будем называть п о л н ы м, если всякая конечно-определенная группа изоморфна некоторой подгруппе какой-нибудь группы из класса α. Теорему 1 можно сформулировать следующим образом.

Т е о р е м а 1′. *Если α—непустой и неполный класс конечно-определенных групп, то невозможен алгоритм, определяющий для произвольной конечно-определенной группы, принадлежит она классу α или нет.*

Неполнота класса α не является необходимым условием, ибо существует бесконечно много полных классов групп с неразрешимой проблемой распознавания принадлежности к ним. Например, класс конечно-определенных групп, разложимых в прямое произведение k групп или разложимых в свободное произведение k групп, и т. д. Полнота этих классов очевидна.

Вторая часть работы посвящена доказательству полноты некоторых классов конечно-определенных групп. Из всего сказанного выше о классе групп, совпадающих со своим коммутантом, видно, что этот класс является полным. Заметим сразу же, что во всяком полном классе содержится группа с неразрешимой проблемой тождества.

Как было доказано в ([3]), невозможен алгоритм, определяющий для любой конечно-определенной группы, является она простой или нет. Если же заранее известно, что группа простая, то алгоритм, решающий проблему тождества в ней, строится очень просто *. Отсюда следует, что класс простых групп является неполным в определенном выше смысле.

Для того чтобы конечно-определенная группа F была простой, необходимо и достаточно, чтобы добавление к соотношениям группы F какого-нибудь соотношения $A = B$, не выполненного в F, превращало группу F в единичную.

Рассмотрим конечную систему слов

$$L_1,\ L_2,\ \ldots,\ L_r, \tag{9}$$

составленных из букв $x_1, x_2, \ldots, x_s, x_1^{-1}, x_2^{-1}, \ldots, x_s^{-1}$. Конечно-определенную группу F назовем у с л о в н о - е д и н и ч н о й о т н о с и т е л ь н о с и с т е м ы т о ж д е с т в е н н ы х с о о т н о ш е н и й

$$L_i \equiv 1 \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ r), \tag{10}$$

---

* Этот алгоритм автору сообщил А. В. Кузнецов.

если добавление к соотношениям группы F любого из тождественных соотношений (10) превращает группу F в единичную. Аналогично можно определить условно-конечные группы, условно-абелевы и т. д. Если класс α-групп содержит единичную группу, то класс условно-α-групп содержит весь класс условно-единичных групп.

Тождественное соотношение называется нетривиальным, если оно не выполнено в свободной группе.

Теорема 2. *Какова бы ни была конечная система нетривиальных тождеств* (10), *класс условно-единичных групп относительно этой системы тождеств является полным.*

Выше мы установили, что любую конечно-определенную группу можно изоморфно вложить в группу типа F_{qA}. Для этого достаточно, чтобы слово A не содержало букв p и p^{-1} и имело бесконечный порядок в группе F.

Для доказательства теоремы 2 достаточно подобрать такое слово A_0, которое имело бы бесконечный порядок в группе F и обращалось в единицу при добавлении любого из тождественных соотношений (10).

Элементы a_1 и b_1 являются свободными образующими порожденной ими подгруппы F' группы F. Следовательно, группа F' содержит свободные подгруппы любого конечного ранга. Возьмем подгруппу F'' группы F' ранга $s+1$. Пусть свободные образующие ее $E_1, E_2, \ldots, E_s, E_{s+1}$. Подставим в слова (9) вместо букв $x_1, x_2, \ldots, x_s, x_1^{-1}, x_2^{-1}, \ldots, x_s^{-1}$ соответственно слова $E_1, E_2, \ldots, E_s, E_1^{-1}, E_2^{-1}, \ldots, E_s^{-1}$. Полученные при этом слова обозначим $L_1', L_2', \ldots, L_r'$.

Так как все тождественные соотношения (10) по условию нетривиальны, ни одно из слов L_i' $(i = 1, 2, \ldots, r)$ не равно 1 в группе F''. Слово

$$A_0 = [\ldots[[E_{s+1}L_1', L_2'], L_3'], \ldots L_r'] \tag{11}$$

также не равно 1 в F'', ибо в свободной группе два элемента не будут перестановочны, если они оба не равны единице и не равны между собой. Так как группа F'' свободная, то слово A_0 имеет бесконечный порядок в F'', а, значит, и в группе F. При этом A_0 обращается в единицу при добавлении любого из тождественных соотношений (11). Теорема 2 доказана.

Теорема 3. *Класс конечно-определенных групп, задаваемых конечными системами взаимно сопряженных образующих, является полным.*

Так как все образующие группы F_{qA} сопряжены слову A, то для доказательства теоремы 3 достаточно взять $A = a_1$.

Математический институт им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
25 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. С. Новиков, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова, **44** (1955). [2] А. А. Марков, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова, **42** (1954). [3] С. И. Адян, ДАН, **103**, № 4 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

И. А. БАХТИН

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ УРАВНЕНИЙ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

(Представлено академиком П. С. Александровым 27 IV 1957)

В настоящей статье предлагается новое определение вогнутых операторов. Выясняется, что для уравнений с такими операторами справедливы многие теоремы, которые были ранее установлены для более частных классов уравнений ([1, 3–5, 7]). Мы пользуемся терминологией теории конусов М. Г. Крейна ([4,6]). Отметим, что основной результат статьи (теорема 1) получен при помощи топологических методов.

1. Ниже через K и K_1 обозначаются два конуса в вещественном банаховом пространстве E, причем предполагается, что $K \subset K_1$. Знаком $\leqslant$ обозначается полуупорядоченность, порожденная «большим» конусом K_1: пишут $X \leqslant Y$, если $y - x \in K_1$. Через K_r обозначается пересечение «меньшего» конуса K с шаром $\|\varphi\| \leqslant r$. Предполагается, что $\|x\| \leqslant \|y\|$, если $\theta \leqslant x \leqslant y$. Через A обозначается оператор (вообще говоря, нелинейный), определенный на K_r. Будем говорить, что оператор A положителен, если $AK_r \subset K$, и что оператор A монотонен, если из $\varphi \leqslant \psi$ $(\varphi, \psi \in K_r)$ следует, что $A\varphi \leqslant A\psi$. Подчеркнем, что понятия положительности и монотонности введены при помощи различных конусов. Через u_0 обозначаем некоторый фиксированный нулевой элемент из K.

Определение. Положительный и монотонный оператор A назовем $\{K_1, u_0\}$-вогнутым, если:

1) каждому $\varphi \in K_r$ $(\varphi \neq 0)$ соответствуют такие числа $\alpha, \beta > 0$, что $\alpha u_0 \leqslant A\varphi \leqslant \beta u_0$;

2) если $\varphi \in K_r$ и $\varphi \geqslant \gamma u_0$ $(\gamma > 0)$, то

$$At\varphi \geqslant tA\varphi, \quad At\varphi \neq tA\varphi \quad (0 < t < 1); \tag{1}$$

3) для каждой пары элементов $\varphi_1, \varphi_2 \in K_r$ $(\varphi_1, \varphi_2 \geqslant \varkappa u_0, \varkappa > 0, \varphi_1 - \varphi_2 \overline{\in} K_1)$ из $\varphi_1 \geqslant t\varphi_2$ $(t > 0, \varphi_1 \neq t\varphi_2)$ вытекает, что

$$A\varphi_1 - tA\varphi_2 \geqslant \delta u_0 \quad (\delta > 0). \tag{2}$$

2. Уравнение

$$A\varphi = \lambda\varphi \tag{3}$$

с $\{K_1, u_0\}$-вогнутыми операторами обладает важными свойствами, аналогичными тем, которые устанавливались для других уравнений в ([1,3–5,7]) Наиболее важные свойства сформулируем в виде теоремы.

Ненулевые решения уравнения (3) называют собственными векторами, а соответствующие значения λ — собственными значениями.

Теорема 1. *Пусть оператор A $(A\theta = \theta)$ вполне непрерывен и $\{K_1, u_0\}$-вогнут.*

Тогда имеют место следующие утверждения:

1) *Собственные векторы оператора A образуют в K_r непрерывную ветвь* * *длины r.*

2) *Соответствующие собственные значения полностью заполняют некоторый интервал.*

3) *Каждому собственному значению λ соответствует единственное ненулевое решение $\varphi(\lambda)$ уравнения (3) в K_r.*

4) *Из $\lambda_1 < \lambda_2$ следует $\varphi(\lambda_2) \ll \varphi(\lambda_1)$.*

5) *Функция $\varphi(\lambda)$ сильно непрерывна по λ.*

Границы интервала собственных значений могут быть найдены таким же методом, как в ([4]).

3. Утверждения, аналогичные теореме 1, были впервые установлены П. С. Урысоном для интегрального уравнения вида

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 \mathscr{K}(x, s, \varphi(s))\, ds.$$

Исследования П. С. Урысона послужили отправным пунктом для создания теории u_0-вогнутых операторов ([4,5]). В дальнейшем утверждения, аналогичные теореме 1, были установлены ([1]) для нелинейного интегрального уравнения

$$\lambda\varphi(x) = \rho(x) \int_0^1 G(x, s)\, \varphi(s)\, ds \times \left[1 - \left(\int_0^1 \frac{\partial G(x, s)}{\partial x} \varphi(s)\, ds\right)^2\right]^{1/2},$$

возникающего при исследовании продольного изгиба стержней переменной жесткости. Это уравнение послужило поводом для выделения класса u_0-монотонных операторов ([4]), для которых также справедливы утверждения типа теоремы 1. Классы u_0-вогнутых и u_0-монотонных операторов (определения см. в ([4])) оказались не содержащими друг друга. В связи с этим возникла задача об отыскании более широких классов уравнений, для которых справедлива теорема 1. В определенном смысле эта задача решена, так как имеет место следующая теорема.

Теорема 2. *Каждый u_0-вогнутый и каждый u_0-монотонный оператор является $\{K_1, u_0\}$-вогнутым оператором.*

4. Применение теоремы 1 к исследованию конкретных уравнений требует проверки условий $\{K_1, u_0\}$-вогнутости. В силу теоремы 2 примерами $\{K_1, u_0\}$-вогнутых операторов будут операторы, изученные в ([1,3–5,7]).

В качестве нового примера рассмотрим оператор A, заданный в пространстве C_n непрерывных на отрезке $[0, 1]$ вектор-функций $\vec{\varphi}(x) = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)\}$ формулой

$$A\vec{\varphi}(x) = \{A_1\vec{\varphi}(x), A_2\vec{\varphi}(x), \ldots, A_n\vec{\varphi}(x)\}, \tag{4}$$

где

$$A_i\vec{\varphi}(x) = \int_0^1 \mathscr{K}_i(x, s, \varphi_1(s), \varphi_2(s), \ldots, \varphi_n(s))\, ds. \tag{5}$$

Для переноса на системы

$$A\vec{\varphi}(x) = \lambda\vec{\varphi}(x) \tag{6}$$

теории П. С. Урысона можно воспользоваться теоремой 1. Для этого

* Непрерывной ветвью, следуя М. А. Красносельскому ([4]), мы называем такую совокупность $\mathfrak{N}$ собственных векторов, что $\mathfrak{N} \cap \Gamma \neq 0$ для границы Γ любой области пространства E, содержащей нуль θ и содержащейся в шаре $\|x\| \leqslant r$.

ужно найти условия $\{K_1, u_0\}$-вогнутости оператора $A\vec{\varphi}(x)$ по отношению некоторым конусам K и K_1 и некоторому элементу u_0.

В качестве K_1 будем рассматривать совокупность неотрицательных ектор-функций пространства C_n. В качестве конуса K рассмотрим совокупность $K = K(\mathbf{u}_0, \mathbf{c})$ вектор-функций $\vec{\psi}(x) = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \ldots, \psi_n(x)\}$, омпоненты которых удовлетворяют условиям

$$\alpha u_i^{(0)}(x) \leqslant \psi_i(x) \leqslant \beta u_i^{(0)}(x) \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{7}$$

де α, $\beta > 0$; $\beta \leqslant c_i\alpha$; $\mathbf{u}_0(x) = \{u_1^{(0)}(x), u_2^{(0)}(x), \ldots, u_n^{(0)}(x)\}$ — фиксированный элемент из K_1 с компонентами, не равными тождественно нулю; $= \{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$ $(c_i \geqslant 1)$ — фиксированный вектор и элемент $\vec{\theta}(x) = = \{0, 0, \ldots, 0\}$.

Предполагаем, что неотрицательные функции $\mathscr{K}_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n)$ $0 \leqslant x, s \leqslant 1, 0 \leqslant u_1, u_2, \ldots, u_n < \infty)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ непрерывны удовлетворяют условиям:

1) $\mathscr{K}_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n)$ неубывающие, а $\dfrac{\mathscr{K}_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n)}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2}}$ невозастающие функции переменных $u_1, u_2, \ldots, u_n$.

2) Каждому набору чисел $u_1, u_2, \ldots, u_n \geqslant 0$, для которого функции $_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n) \not\equiv 0$, и каждому $t \in (0, 1)$ соответствуют такие непрерывные неотрицательные функции $\gamma_i(x)$, что

$$\frac{\mathscr{K}_i(x, s, tu_1, tu_2, \ldots, tu_n)}{t\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2}} - \frac{\mathscr{K}_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n)}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2}} \geqslant \gamma_i(s)\, u_i^{(0)}(x),$$

ричем $\gamma_i(x)$ положительна почти во всех тех точках, где $u_i^{(0)}(x) > 0$.

3) Существуют такие неотрицательные непрерывные функции (s) и $\beta(s)$, что для каждого набора $u_1, u_2, \ldots, u_n \geqslant 0$, для которого $_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n) \not\equiv 0$, выполняются неравенства

$$\alpha(s)\, u_i^{(0)}(x) \leqslant \frac{\mathscr{K}_i(x, s, u_1, u_2, \ldots, u_n)}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2}} \leqslant \beta(s)\, u_i^{(0)}(x) \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

ричем $\alpha(x)\, u_i^{(0)}(x) \not\equiv 0$, почти во всех точках, где $u_i^{(0)}(x) \not\equiv 0$, и $\beta(s) \leqslant \leqslant c_i\alpha(s)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

4) Для каждого i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ существует своя точка $s_0 \in [0, 1]$, в оторой

$$\mathscr{K}_i(x, s_0, u_1^{(0)}(s_0), u_2^{(0)}(s_0), \ldots, u_n^{(0)}(s_0)) \not\equiv 0, \quad u_i^{(0)}(s_0) \not\equiv 0.$$

В этих предположениях оператор (6) $\{K_1, u_0\}$-вогнут.

Теория u_0-вогнутых операторов использует, в частности, многие свойства специальных классов линейных положительных операторов. Эти свойства для линейных интегральных операторов были найдены еще Ентчем [2]. оответствующие теоремы были перенесены на случай абстрактных положительных линейных операторов М. Г. Крейном и М. А. Рутманом [6] и а специальный случай — М. А. Красносельским и Л. А. Ладыженским [5].

Наши построения потребовали изучения более широкого класса линейных положительных операторов.

Будем говорить, что линейный оператор A, оставляющий инвариантным «меньший» конус K, u_0-сильно положителен по отношению к «большему» конусу K_1 ($K_1 \supset K$), если найдется такой элемент $u_0 \in K$ ($u_0 \neq \theta$), что для любого $\varphi \in K_1$ ($\varphi \neq \theta$) существуют такие натуральное число n и числа $\alpha, \beta > 0$, что

$$\alpha u_0 \ll A^n \varphi \ll \beta u_0$$

Теорема 3. *Пусть A — монотонный линейный вполне непрерывный оператор, u_0-сильно положительный по отношению к K_1. Пусть для любого $\varphi \in E$ можно указать такое натуральное число $p > 0$ и такое число $l > 0$, что $lA^p\varphi \ll u_0$. Тогда у оператора A есть простое положительное собственное значение, которое больше абсолютной величины всех других собственных значений и которому соответствует собственный вектор $\varphi \in K$.*

Эта теорема является прямым обобщением известных предложений о линейных интегральных операторах с положительными ядрами. Она содержит, как различные частные случаи, теорему Ентча и некоторые теоремы из ([5,6]).

Автор пользуется случаем выразить свою признательность М. А. Красносельскому за внимание и советы.

Воронежский
государственный университет

Поступило
20 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. А. Бахтин, М. А. Красносельский, ДАН, **105**, № 4 (1955). [2] R. Jentzsch, J. f. reine u. angew. Math., **141** (1912). [3] М. А. Красносельский, ДАН, **77**, № 2 (1951). [4] М. А. Красносельский, Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений, 1956. [5] М. А. Красносельский, Л. А. Ладыженский, Тр. Московск матем. общ., **3**, 321 (1954). [6] М. Г. Крейн, М. А. Рутман, Усп. матем. наук, **3**, 1 (23) (1948). [7] П. С. Урысон, Труды по топологии и другим областям математики, **1**, 1951, стр. 45.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

Е. А. БРЕДИХИНА

О НАИЛУЧШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЦЕЛЫМИ ФУНКЦИЯМИ КОНЕЧНОЙ СТЕПЕНИ

(*Представлено академиком В. И. Смирновым 20 V 1957*)

1. Обозначим через B_λ класс целых функций степени $\leqslant\lambda$, ограниченных на вещественной оси. Пусть функция $f(z)$ определена и ограничена на вещественной оси. Положим

$$E_\lambda(f) = \inf_{F(z)\in B_\lambda} \{\sup_x |f(x) - F(x)|\}.$$

Будем считать, что почти-периодическая функция $f(x)$ принадлежит классу $Л$, если ряд Фурье этой функции имеет вид

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{i\lambda_k x} \quad (\lambda_0 = 0;\ \lambda_k > 0,\ \lambda_{k+1}/\lambda_k = q_k \geqslant \theta > 1 \text{ при } k > 0;\ \lambda_k = -\lambda_k).$$

Положим

$$R_\lambda(f) = \sup_x \Big| f(x) - \sum_{|\lambda_k|\leqslant\lambda} A_k e^{i\lambda_k x} \Big|, \quad \alpha_\lambda(f) = \sum_{|\lambda_k|>\lambda} |A_k|.$$

2. Теорема 1. *Если* $f(x)\in Л$, *то* $R_\lambda(f) \leqslant C(\theta) E_\lambda(f)$, *где* $C(\theta)$ — *постоянная, зависящая только от* θ.

Доказательство теоремы основано на следующих двух леммах.

Лемма 1. *Если* $(z)\in B_\lambda$, $\Psi_{a,b}(u) = \dfrac{2}{\pi(b-a)} \dfrac{\sin\frac{b+a}{2}u \ \sin\frac{b-a}{2}u}{u^2}$, *где* $\lambda < a < b$, *то*

$$F_{a,b}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x+u)\,\Psi_{a,b}(u)\,du = F(x).$$

Доказательство. В силу неравенства ([1], стр. 76)

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_{a,b}(u)|\,du \leqslant \frac{4}{\pi} + \frac{2}{\pi}\ln\frac{b+a}{b-a} \tag{1}$$

$F_{a,b}(x)$ существует для любой функции $F(z)\in B_\lambda$.

На основании теоремы Винера — Палей ([2], стр. 151)

$$F(x) = F(0) + \frac{x}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\lambda}^{\lambda} e^{itx}\varphi(t)\,dt, \tag{2}$$

где $\varphi(t)\in L_2(-\lambda, \lambda)$; поэтому

$$F_{a,b}(x) = F(0)\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{a,b}(u)\,du + \frac{x}{\sqrt{2\pi}} I_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} I_2(x),$$

где

$$I_1(x)=\int_{-\lambda}^{\lambda}\varphi(t)\int_{-\infty}^{\infty}e^{it(x+u)}\Psi_{a,b}(u)\,du\,dt,$$

$$I_2(x)=\int_{-\lambda}^{\lambda}\varphi(t)\,e^{itx}\int_{-\infty}^{\infty}e^{itu}u\Psi_{a,b}\times(u)\,du\,dt.$$

Принимая во внимание, что $\int_{-\infty}^{\infty}\Psi_{a,b}(u)\,du=1$, $\int_{-\infty}^{\infty}e^{it(x+u)}\Psi_{a,b}(u)\,du=$ $=e^{itx}$ при $|t|<a$ ([1], стр. 76, 77) и $\int_{-\infty}^{\infty}e^{itu}\,u\,\Psi_{a,b}(u)\,du=0$, получим $F_{a,b}(x)=F(x)$.

Лемма 2. *Если* $F(z)\in B_\lambda$, $\lambda<|\Lambda|$, *то*

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T F(x)\,e^{-i\Lambda x}\,dx=0.$$

Доказательство следует из (2) и теоремы Римана — Лебега ([3], стр. 19).

Доказательство теоремы 1 ([6]). Если $F(z)\in B_{\lambda_k}$ и $\lambda_k'=\frac{\lambda_k+\lambda_{k+1}}{2}$, то, в силу леммы 1,

$$\int_{-\infty}^{\infty}F(x+u)\,\Psi_{\lambda_k'\lambda_{k+1}}(u)\,du=F(x).\tag{3}$$

Если $f(x)\in Л$, то ([1], стр. 76)

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(x+u)\,\Psi_{\lambda_k',\,\lambda_{k+1}}(u)\,du=\sum_{|\lambda_\nu|\leqslant\lambda_k}A_\nu e^{i\lambda_\nu x}.\tag{4}$$

В классе B_{λ_k} найдется функция $\widetilde{F}(z)$ такая ([4], стр. 371), что

$$|f(x)-\widetilde{F}(x)|\leqslant E_{\lambda_k}(f).\tag{5}$$

Из неравенств (5) и (1) следует

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}\widetilde{F}(x+u)\,\Psi_{\lambda_k',\,\lambda_{k+1}}(u)\,du-\int_{-\infty}^{\infty}f(x+u)\,\Psi_{\lambda_k',\,\lambda_{k+1}}(u)\,du\right|\leqslant$$

$$\leqslant E_{\lambda_k}(f)\left(\frac{4}{\pi}+\frac{2}{\pi}\ln\frac{3\theta+1}{\theta-1}\right).\tag{6}$$

Из (5) и (6), принимая во внимание (3) и (4), получим

$$R_{\lambda_k}(f)\leqslant\left[1+\frac{2}{\pi}\left(2+\ln\frac{3\theta+1}{\theta-1}\right)\right]E_{\lambda_k}(f).\tag{7}$$

Пусть $\lambda_{k-1}<\lambda<\lambda_k$; тогда

$$R_\lambda(f)\leqslant|A_k|+|A_{-k}|+R_{\lambda_k}(f).\tag{8}$$

В силу леммы 2 $A_k=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[f(x)-F(x)]\,e^{-i\lambda_k x}\,dx$, где $F(x)$ — лю-

бая функция, принадлежащая классу B_λ; отсюда $|A_k| \leqslant E_\lambda(f)$, $|A_{-k}| \leqslant E_\lambda(f)$, и из неравенств (8) и (7) следует, что при любом λ

$$R_\lambda(f) \leqslant C(\theta) E_\lambda(f), \quad \text{где} \quad C(\theta) = 3 + \frac{2}{\pi}\left(2 + \ln\frac{3\theta+1}{\theta-1}\right).$$

Следствие. *Если* $f(x) \in Л$, *то имеют место порядковые равенства* $E_\lambda(f) \sim R_\lambda(f) \sim \alpha_\lambda(f)$.

Доказательство. Из теоремы 1 работы ([8]) следует неравенство $\alpha_\lambda(f) \leqslant C_1(\theta) R_\lambda(f)$, где $C_1(\theta)$ — постоянная, зависящая только от θ.

Следствие теоремы 1 является обобщением теоремы 3 работы ([8]).

Теорема 2. *Пусть функция* $f(z)$ *определена и ограничена на вещественной оси. Если найдется последовательность неотрицательных (неположительных) чисел* $\{x_l\}\left(l = 0, 1, 2, \ldots; |x_l| < |x_{l+1}|; \overline{\lim_{l\to\infty}} \frac{l}{|x_l|} > \frac{\lambda}{\pi}\right)$ *такая, что для некоторой функции* $F_0(z) \in B_\lambda$

$$\operatorname{Re}\{f(x_l) - F_0(x_l)\} = (-1)^l L_l, \qquad (9)$$

где $L_l \geqslant L > 0$, *то* $E_\lambda(f) \geqslant L$.

Доказательство. Допустим, что найдется функция $\Phi(z) \in B_\lambda$, для которой

$$(-1)^l \Phi(x_l) \geqslant 1 \quad (l = 0, 1, 2, \ldots). \qquad (10)$$

Пусть $n(t)$ — число корней $\Phi(z)$ в области $|\arg z| < \varepsilon$, $|z| < t$, если члены последовательности $\{x_l\}$ неотрицательны, и $n(t)$ — число корней $\Phi(z)$ в области $|\pi - \arg z| < \varepsilon$, $|z| < t$, если члены последовательности $\{x_l\}$ неположительны. Известно ([5]), гл. V, § 4, теорема 11), что при сколь угодно малом ε $\lim\limits_{t\to\infty} \frac{n(t)}{t} = \frac{d}{2\pi}$, где d — длина индикаторной диаграммы функции $\Phi(z)$.

На основании теоремы Полиа ([5]), гл. I, § 20) $d \leqslant 2\lambda$, поэтому

$$\lim_{t\to\infty} \frac{n(t)}{t} \leqslant \frac{\lambda}{\pi}. \qquad (11)$$

Найдется подпоследовательность $\{x_{l_k}\}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots,)$ последовательности $\{x_l\}$ такая, что

$$\lim_{k\to\infty} \frac{l_k}{|x_{l_k}|} > \frac{\lambda}{\pi}. \qquad (12)$$

Принимая во внимание (10) и (12), получим $\lim\limits_{k\to\infty} \frac{n(|x_{l_k}|)}{|x_{l_k}|} \geqslant \lim\limits_{k\to\infty} \frac{l_k}{|x_{l_k}|} > \frac{\lambda}{\pi}$, что противоречит (11). Таким образом, неравенства (10) невозможны во всех точках x_l, следовательно, множество этих точек является полным множеством степени λ ([4]), стр. 376).

Пусть $F_0(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k \frac{z^k}{k!}$, положим $F_1(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{c_k + \bar{c}_k}{2} \frac{z^k}{k!}$; очевидно, $F_1(z) \in B_\lambda$ и $\operatorname{Re} F_0(x) = F_1(x)$. Из (9) следует

$$(-1)^l [\operatorname{Re} f(x_l) - F_1(x_l)] \geqslant L. \qquad (13)$$

Вследствие (13) ([4]), стр. 376, теорема IV) $E_\lambda(f) \geqslant L$.

Теорема 3. *Если* $f(x) \in Л$, $\theta > 3$ *и* $\arg A_{-k} = -\arg A_k$, *то* $\alpha_\lambda(f) \leqslant \frac{1}{\cos\frac{\pi}{\theta-1}} E_\lambda(f)$.

Доказательство ((7), теорема 5). Пусть $x_p^{(k)} = \dfrac{(4+p)\pi - \varphi_k}{\lambda_k}$, где k — натуральное, $p = 0, 1, 2, \ldots$ и $\varphi_k = \arg A_k$. Считая p и k фиксированными, обозначим через $x_{p+2r_1}^{(k+1)}$ ближайшую к $x_p^{(k)}$ точку вида $x_{p+2r}^{(k+1)}$, где r — целое. Очевидно, $|x_p^{(k)} - x_{p+2r_1}^{(k+1)}| \leqslant \pi/\lambda_{k+1}$. Через $x_{p+2r_2}^{(k+2)}$ обозначим точку вида $x_{p+2r}^{(k+2)}$, ближайшую к точке $x_{p+2r_1}^{(k+1)}$, и т. д.

Таким образом получим последовательность $\{x_{p+2r_l}^{(k+l)}\}$ $(l=0, 1, 2, \ldots; r_0=0)$, такую, что $|x_{p+2r_l}^{(k+l)} - x_{p+2r_{l+1}}^{(k+l+1)}| \leqslant \pi/\lambda_{k+l+1}$. Существует $\lim\limits_{l\to\infty} x_{p+2r_l}^{(k+l)} = \widetilde{x}_p^{(k)}$ и имеет место неравенство

$$|x_{p+2r_r}^{(k+l)} - \widetilde{x}_p^{(k)}| \leqslant \frac{\pi}{\lambda_{k+1}} \frac{1}{\theta - 1}. \tag{14}$$

Положив $l = 0$ в неравенстве (14), получим следующие свойства чисел $\widetilde{x}_p^{(k)}$ $(p = 0, 1, 2, \ldots)$:

$$\widetilde{x}_0^{(k)} > 0, \quad \widetilde{x}_p^{(k)} < \widetilde{x}_{p+1}^{(k)}, \quad \lim_{p\to\infty} \frac{p}{\widetilde{x}_p^{(k)}} = \frac{\lambda_k}{\pi}. \tag{15}$$

Пусть $\lambda_{k-1} \leqslant \lambda < \lambda_k$; тогда

$$\operatorname{Re}\left\{ f(\widetilde{x}_p^{(k)}) - \sum_{|\lambda_\nu| \leqslant \lambda} A_\nu e^{i\lambda_\nu \widetilde{x}_p^{(k)}} \right\} = (-1)^p L_p, \tag{16}$$

где, в силу (14),

$$L_p = \sum_{l=0}^{\infty} \{ |A_{k+l}| + |A_{-(k+l)}| \} \cos \lambda_{k+l} (\widetilde{x}_p^{(k)} - x_{p+2r_l}^{(k+l)}) \geqslant \cos \frac{\pi}{\theta - 1} \alpha_\lambda(f).$$

По теореме 2 из (15) и (16) следует $E_\lambda(f) \geqslant \cos \frac{\pi}{\theta - 1} \alpha_\lambda(f)$.

Следствие. *Если* $f(x) \in Л$ *и* $q_k \to \infty$, *то имеют место асимптотические равенства*

$$E_\lambda(f) \approx R_\lambda(f) \approx \alpha_\lambda(f).$$

Следствие теоремы 3 является обобщением теоремы 4 работы (8).

Выражаю глубокую благодарность проф. И. П. Натансону за руководство работой.

Куйбышевский
авиационный институт

Поступило
15 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. М. Левитан, Почти-периодические функции, М., 1953. [2] Н. И. Ахиезер, Лекции по теории аппроксимации, М.—Л., 1947. [3] Е. Титчмарш, Введение в теорию интегралов Фурье, М.—Л., 1948. [4] С. Н. Бернштейн, Собр. соч., 2, 1954. [5] Б. Я. Левин, Распределение корней целых функций, М., 1956. [6] С. Б. Стечкин, Усп. матем. наук, 7, в. 1 (47) (1952). [7] С. Б. Стечкин, Изв. АН СССР, сер. матем., 20, № 3 (1956). [8] Е. А. Бредихина, ДАН, 111, № 6 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

Т. Д. ВЕНТЦЕЛЬ

О НЕКОТОРЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 6 V 1957)

1. В настоящей заметке для систем вида

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N} b_{ij}(x, t, u_1, \ldots, u_N)\frac{\partial u_j}{\partial x} + \sum_{j=1}^{N} c_{ij}(x, t, u_1, \ldots, u_N)u_j + f_i(x, t), \quad i = 1, \ldots, N, \tag{1}$$

доказывается существование решения задачи Коши и первой краевой задачи в прямоугольнике $R_T\{x_1 \leqslant x \leqslant x_2,\ 0 \leqslant t \leqslant T\}$ с граничными условиями

$$u_i(x, 0) = u_i^{(0)}(x), \quad u_i(x_j, t) = u_i^{(j)}(t), \quad i = 1, \ldots, N, \quad j = 1, 2. \tag{2}$$

Для системы

$$\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial i}, \quad 0 = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial v}{\partial x}, \tag{3}$$

встречающейся в механике, доказывается существование решения задачи Коши и краевой задачи в R_T с условиями

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u(x_1, t) = u(x_2, t) = 0, \quad v(x, 0) = v_0(x). \tag{4}$$

2. Теорема 1. *Решение задачи* (1), (2) *в* R_T, *непрерывное в* R_T, *производные которого, входящие в систему, ограничены в* R_T *и непрерывны внутри* R_T, *существует и единственно, если выполнены следующие предположения:*

1) *При* $(x, t) \in R_T$ *и при любых* u_k $|b_{ij}(x, t, u_1, \ldots, u_N)| < B$, $\sum c_{ij}(x, t, u_1, \ldots, u_N)\lambda_i\lambda_j \geqslant c\sum\lambda_i^2$, *где* B, c — *постоянные.*

2) *При* $(x, t) \in R_T$ *и*

$$\sum u_i^2 < M = \max\left\{\max_{\substack{(x,\,t)\in R_T \\ j=0,1,2}} \sum_i (u_i^{(j)})^2 e^{2CT},\ \frac{NF^2}{C}e^{2CT}\right\}, \tag{5}$$

где $C > B^2N^2/2 + 2|c| + 1$, $F = \max|f_i(x, t)|$; *коэффициенты* b_{ij}, *их производные первого порядка и вторые производные по* x *и* u_k *непрерывны; производные*

$$\frac{\partial^2 b_{ij}}{\partial x\,\partial t}, \quad \frac{\partial^2 b_{ij}}{\partial u_k \partial t}, \quad \frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial x^2 \partial t}, \quad \frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial x\,\partial t\,\partial u_k},$$
$$\frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial x\,\partial u_k \partial u_l}, \quad \frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial t\,\partial u_k \partial u_l}, \quad \frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial x^2 \partial u_k}, \quad \frac{\partial^3 b_{ij}}{\partial u_k \partial u_l \partial u_m} \tag{6}$$

непрерывны внутри R_T. *Такой же гладкостью обладают функции* c_{ij} *и* f_i.

3) *Функции* $u_i^{(0)}(x)$ *имеют вторые производные, ограниченные при* $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ *и непрерывные при* $x_1 < x < x_2$; *функции* $u_i^{(1)}(t)$, $u_i^{(2)}(t)$ *имеют непрерывные первые производные.*

4) *Выполняются условия согласования*

$$u_i^{(0)}(x_j) = u_i^{(j)}(0), \quad i = 1, \ldots, N, \quad j = 1, 2. \tag{7}$$

Замечание. Производные du_i/dx полученного решения при каждом фиксированном t имеют пределы при $x \to x_1$ и $x \to x_2$.

Теорема 1 доказывается с помощью метода Роте ([1]) и оценок, аналогичных оценкам в работах ([2,3]).

Пользуясь теоремой 1, можно доказать разрешимость задачи Коши для системы (1).

Теорема 2. *Решение* $u = \{u_1, \ldots, u_N\}$ *системы* (1), *удовлетворяющее начальным условиям* $u_i(x, 0) = u_i^{(0)}(x)$, $i = 1, \ldots, N$, *непрерывное в полосе* $S_T\{-\infty < x < \infty, 0 \leqslant t \leqslant T\}$, *производные которого, входящие в систему, непрерывны внутри* S_T, *существует и единственно, если выполнены следующие предположения*:

1) *При* $(x, t) \in S_T$ $|f_i(x, t)| < F$.

2) *При* $(x, t) \in S_T$ *и любых* u_k $|b_{ij}(x, t, u)| < B$, $\Sigma c_{ij}(x, t, u)\lambda_i\lambda_j \geqslant c\Sigma\lambda_i^2$; B, F, c — *постоянные*.

3) *При* $(x, t) \in S_T$ *и*

$$\sum u_i^2 \leqslant M_0 = \max\left\{\max \sum (u_i^{(0)})^2 e^{2CT}, \frac{NF^2}{C} e^{2CT}\right\},$$

где $C > N^2B^2/2 + 2|c| + 1$, *коэффициенты* b_{ij}, c_{ij}, f_i, *их частные производные первого порядка и вторые производные по* x *и* u_k *непрерывны и ограничены, а производные* (6) *и такие же производные от* c_{ij} *и* f_i *непрерывны внутри* S_T.

4) *Функции* $u_i^{(0)}(x)$ *имеют две непрерывные и ограниченные производные.*

Решение задачи Коши получается как предел решений первой краевой задачи в расширяющейся последовательности прямоугольников. При доказательстве существования этого предела используются полученные оценки решений первой краевой задачи и их производных.

Применяя теорему 1, неравенство (5) и оценки производных решений первой краевой задачи, можно доказать теорему существования решения задачи (1), (2) при достаточно малых T для произвольных систем вида (1) с достаточно гладкими коэффициентами.

Теорема 3. *Пусть выполнены следующие предположения*:

1) *Во всем пространстве* $\{u_1, \ldots, u_N\}$, *кроме некоторого замкнутого множества* S, *содержащего хотя бы одну точку, все координаты которой конечны, коэффициенты* b_{ij}, c_{ij}, f_i *удовлетворяют условиям гладкости, указанным в пункте* 2) *теоремы* 1, *и выполняется неравенство* $\Sigma c_{ij}\lambda_i\lambda_j \geqslant c\Sigma\lambda_i^2$.

2) *Функции* (2) *не принимают значений, принадлежащих* S, *и удовлетворяют условию* 3) *теоремы* 1.

3) *Выполняются условия согласования* (7).

Тогда решение задачи (1), (2), *обладающее всеми свойствами, указанными в теореме* 1, *и удовлетворяющее условию* $\rho(u, S) \geqslant \rho_1 > 0$, *где* ρ_1 — *постоянная, для которой справедливо неравенство* $\rho_1 < \rho(u_i^{(j)}, S) = \rho_0$, *существует и единственно при* $t \leqslant \tau(\rho_1, \rho_0)$, *причем* τ — *невозрастающая функция первого и неубывающая функция второго аргумента.*

Замечание. Теорема 3 справедлива также и в случае, когда множество S не содержит ни одной точки, все координаты которой конечны, при соответствующем определении расстояния от точки с конечными координатами до множества S.

Теорема 4. *Пусть выполнены все условия теоремы* 3 *и пусть, кроме того, для всех решений* (1), (2) *справедлива априорная оценка*

$$\rho(u, S) \geqslant a > 0. \tag{8}$$

Тогда решение задачи (1), (2) *существует в прямоугольнике* R_T *при любых* T.

Доказательство. Согласно теореме 3, искомое решение существует при $t \leqslant \tau(a/2, a)$. Пусть решение существует при $t \leqslant \tau_1$. Решение можно продолжить в силу теоремы 3, решая первую краевую задачу с прежними краевыми данными и с начальными данными при $t = \tau_1$. Высота прямоугольника, на который можно продолжить решение, в силу оценки (8) и оценок производных решений u_i, входящих в систему, не зависит от τ_1. Поэтому решение существует всюду в R_T.

3. Применяя доказанные теоремы, можно доказать существование решения первой краевой задачи и задачи Коши для системы

$$\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x}, \quad \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{9}$$

где функция $\varphi(v)$ определена и четырежды непрерывно дифференцируема при $v > v_0 \geqslant -\infty$; выполнены условия $\varphi'(v) > 0$, $\varphi''(v) \leqslant 0$, а при $v \to v_0$ $F(v) = \int \sqrt{\varphi'(v)}\, dv \to -\infty$.

Рассмотрим первую краевую задачу для системы (9); при этом будем предполагать, что $v(x, 0)$, $v(x_1, t)$, $v(x_2, t) > v_0$.

Согласно теореме 4, для доказательства существования решения достаточно установить, что если u, v — решение поставленной краевой задачи, то $v \geqslant v_1 > v_0$.

Так как $\varphi'(v) > 0$, система первого порядка, которая получается из системы (9) при $\varepsilon = 0$, гиперболическая. (При $\varphi(v) = -1/2v^2$ эта система описывает движение «мелкой воды», а также одномерное изэнтропическое движение газа при $c_p/c_v = 2$ в координатах Лагранжа. Система (3) при $\varepsilon = 0$ описывает те же движения в координатах Эйлера.)

Систему первого порядка можно привести к виду

$$\frac{\partial f^+}{\partial t} + \sqrt{\varphi'(v)}\, \frac{\partial f^+}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f^-}{\partial t} - \sqrt{\varphi'(v)}\, \frac{\partial f^-}{\partial x} = 0,$$

где f^+ и f^- — новые неизвестные функции (инварианты Римана): $f^+ = -F(v) + u$, $f^- = -F(v) - u$.

Если в системе (9) также перейти от функций u и v к функциям f^+ и f^-, она примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial^2 f^+}{\partial x^2} - \frac{\partial f^+}{\partial t} &= \sqrt{\varphi'(v)}\, \frac{\partial f^+}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial^2 f^+}{\partial v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2; \\ \varepsilon \frac{\partial^2 f^-}{\partial x^2} - \frac{\partial f^-}{\partial t} &= -\sqrt{\varphi'(v)}\, \frac{\partial f^-}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial^2 f^-}{\partial v^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2. \end{aligned} \tag{10}$$

Так как $\varphi''(v) \leqslant 0$, имеем $\partial^2 f^+/\partial v^2 \geqslant 0$, $\partial^2 f^-/\partial v^2 \geqslant 0$, так что из уравнений (10) следуют неравенства

$$f^+ \leqslant M^+ = \max_{x = x_1, x_2, t = 0} f^+, \quad f^- \leqslant M^- = \max_{x = x_1, x_2, t = 0} f^-. \tag{11}$$

Имеем

$$F(v) = -\frac{f^+ + f^-}{2} \geqslant -\frac{M^+ + M^-}{2}, \tag{12}$$

а так как $F'(v) = \sqrt{\varphi'(v)} > 0$, из (12) следует, что $v \geqslant v_1$. Неравенство $v_1 > v_0$ следует из монотонности $F(v)$ и из того, что $F(v_0) = -\infty$. Существование решения первой краевой задачи доказано.

Пользуясь решениями первой краевой задачи, можно построить решение задачи Коши для системы (9).

Теорема 5. *В полосе* S_T *существует единственное решение системы* (9), *удовлетворяющее условиям*

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x)$$

и обладающее всеми свойствами, указанными в теореме 2, *если выполнены следующие предположения:*

1) *Функция* $\varphi(v)$ *определена и четырежды непрерывно дифференцируема при* $v > v_0 \geqslant -\infty$, *причем* $\varphi'(v) > 0$, $\varphi''(v) \leqslant 0$, $F(v) \to -\infty$ *при* $v \to v_0$.

2) $v_0(x) \geqslant v_1 > v_0$.

3) *Функции* u_0 *и* v_0 *дважды непрерывно дифференцируемы и ограничены вместе со своими первыми и вторыми производными при* $-\infty < x < \infty$.

Указанный метод получения априорной оценки для решения первой краевой задачи применим к целому ряду систем вида (1) с двумя пространственными переменными.

4. Рассмотрим задачу (3), (4). Замена $w = \int_{x_1}^{x} v\,dx$, $z = \varepsilon u - w$ приводит систему (3) к виду

$$\varepsilon \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{w+z}{\varepsilon}\frac{\partial z}{\partial x}, \quad 0 = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{w+z}{\varepsilon}\frac{\partial w}{\partial x}. \tag{13}$$

Начальные и граничные значения для w и z определяются из условий (4); при $x = x_1$, $x = x_2$ функции w и z постоянны. Очевидно, что $\max|z| \leqslant \max|z_0|$, $\max|w| \leqslant \max|w_0|$.

Можно доказать, что первая краевая задача для системы (13) имеет решение при

$$T < \frac{\varepsilon \ln 2}{4 \max(|\partial w_0/\partial x| + |\partial z_0/\partial x|)}.$$

Чтобы доказать существование решения задачи при произвольных T, надо установить априорные оценки для $|\partial w/\partial x| = |w_x|$, $|\partial z/\partial x| = |z_x|$. При $x = x_1$, $x = x_2$ функция z_x оценивается так же, как аналогичная производная в [2]. Дифференцируя второе из уравнений (13) по x, получим

$$0 = \frac{\partial w_x}{\partial t} + \frac{w+z}{\varepsilon}\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{w_x + z_x}{\varepsilon} w_x,$$

откуда следует, что в точке максимума $|w_x|$ справедлива оценка $|w_x| \leqslant \max|z_x|$. Для оценки $\max|z_x|$ в случае, когда этот максимум принимается внутри R_T или при $t = T$, производится замена $z = \varphi(\bar{z}) = k\int_0^{\bar{z}} e^{-s^2/2}\,ds$, $k = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\max|z|$.

Тогда

$$L\bar{z}_x = \frac{\partial^2 \bar{z}_x}{\partial x^2} - \frac{\partial \bar{z}_x}{\partial t} - \frac{w+z}{\varepsilon}\frac{\partial \bar{z}_x}{\partial x} =$$

$$= -\left(\frac{\varphi''}{\varphi'}\right)' \bar{z}_x^3 - 2\frac{\varphi''}{\varphi'}\frac{\partial \bar{z}_x}{\partial x}\bar{z}_x + \frac{w_x + \bar{z}_x\varphi'(\bar{z})}{\varepsilon}\bar{z}_x.$$

В точке максимума $|\bar{z}_x|$

$$\bar{z}_x L\bar{z}_x \geqslant \varepsilon \bar{z}_x^4 - 2\bar{z}_x^3 k/\varepsilon,$$

откуда $|\bar{z}_x| < 2k/\varepsilon^2$. Из ограниченности $|\bar{z}_x|$ следует ограниченность $|z_x|$. Решение задачи Коши для системы (3) получается как предел решений задач (3), (4) при $x_1 \to -\infty$, $x_2 \to \infty$.

Поступило
6 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Rothe, Math. Ann., **102**, 650 (1930). [2] О. А. Олейник, Т. Д. Вентцель, Матем. сборн., **41** (83), 105 (1957). [3] Т. Д. Вентцель, Матем. сборн., **41** (83), 4, 499 (1957).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

Я. Л. ГЕРОНИМУС

О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ В ТЕОРИИ ФОРМ ТЁПЛИЦА И ОРТОГОНАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 23 V 1957)

1. Рассмотрим формы Тёплица

$$T_n = \sum_{i,k=0}^{n} c_{i-k} x_i \bar{x}_k, \quad c_{-n} = \bar{c}_n, \quad \Delta_n = |c_{i-k}|_0^n \quad (n = 0, 1, 2, \ldots); \tag{1}$$

они являются определенными положительными, если $\{\Delta_n\}_0^\infty > 0$.

Введем обозначение

$$h_n = \frac{\Delta_{n+1}}{\Delta_n} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots). \tag{2}$$

Нетрудно доказать, что $0 < h_{n+1} \leqslant h_n$ ([6]); поэтому существует предел $\lim\limits_{n\to\infty} h_n = h \geqslant 0$.

Мы рассмотрим величину

$$\mu_n = h_n - h = h_n - \lim_{n\to\infty} h_n \quad (n = 0, 1, 2, \ldots) \tag{3}$$

и укажем для нее некоторые оценки.

Если ввести параметры ([1], стр. 36—38)

$$a_n = \frac{(-1)^n}{\Delta_n} |c_{i-k+1}|_0^n, \quad h_n = h_0 \prod_{k=0}^{n-1} \{1 - |a_k|^2\} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots), \tag{4}$$

то ясно, что условия $\{\Delta_n\}_0^\infty > 0$ эквивалентны условиям $\{|a_n|\}_0^\infty < 1$, а условие $h > 0$ эквивалентно сходимости ряда $\sum\limits_{k=0}^{\infty} |a_k|^2$; следовательно, при выполнении этих условий имеем оценку величины μ_n через параметры:

$$\frac{\mu_n}{h_n} = 1 - \prod_{k=n}^{\infty} \{1 - |a_k|^2\} \sim \sum_{k=n}^{\infty} |a_k|^2, \quad \mu_n = 0\left\{\sum_{k=n}^{\infty} |a_k|^2\right\}. \tag{5}$$

2. При выполнении условий $\{\Delta_n\}_0^\infty > 0$ имеем представление

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ik\theta} d\sigma(\theta) = c_k \quad (k = 0, 1, 2, \ldots), \tag{6}$$

где $\sigma(\theta)$ — ограниченная неубывающая функция с бесчисленным множеством точек роста; если ввести многочлены $\{P_n(z)\}$, ортонормальные на окружности $z = e^{i\theta}$, $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$, относительно обложения $d\sigma(\theta)$, то величина h_n имеет еще и значение

$$h_n = \frac{1}{\alpha_n^2}, \quad P_n(z) = \alpha_n z^n + \cdots \quad (n = 0, 1, 2, \ldots), \tag{7}$$

и, таким образом,

$$\mu_n = \frac{1}{\alpha_n^2} - \frac{1}{\alpha^2}, \quad \lim_{n\to\infty} \alpha_n = \alpha \leqslant \infty, \tag{8}$$

Условия

$$h = \frac{1}{\alpha} > 0, \quad \sum_{k=0}^{\infty} |a_k|^2 < \infty, \quad \lg \sigma'(\theta) \in L_1 \tag{9}$$

эквивалентны друг другу благодаря соотношению ((7); (1), стр. 38)

$$h = \lim_{n\to\infty} \frac{\Delta_{n+1}}{\Delta_n} = h_0 \prod_{k=0}^{\infty} \{1 - |a_k|^2\} = \exp\left\{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \lg \sigma'(\theta)\, d\theta\right\}; \tag{10}$$

в дальнейшем будем предполагать, что эти условия выполнены; они, в свою очередь, эквивалентны условию ((1), стр. 21)

$$\lim_{n\to\infty} P_n^*(z) = \pi(z) = \exp\left\{-\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta}+z}{e^{i\theta}-z} \lg \sigma'(\theta)\, d\theta\right\},$$
$$|z| < 1, \quad P_n^*(z) = z^n \overline{P_n}\left(\frac{1}{z}\right), \tag{11}$$

причем при $|z| \leqslant r < 1$ имеем равномерно

$$|P_n^*(z) - \pi(z)| = o(\sqrt{\mu_n}), \tag{12}$$

т. е. погрешность асимптотической формулы внутри круга $|z| < 1$ оценивается через μ_n. Имеем оценку роста ортонормальных многочленов:

$$|P_n(e^{i\theta_0})| = \max_{0\leqslant\theta\leqslant 2\pi} |P_n(e^{i\theta})| \leqslant |\pi(re^{i\theta_0})|\,(C_1 + C_2\sqrt{n\mu_n}), \quad r = 1 - \frac{1}{2n}. \tag{13}$$

Особенно интересен случай $\mu_n = O(1/n)$; мы можем тогда положить в (13) $C_2 = 0$. Если же выполняется условие

$$\sigma(\theta_2) - \sigma(\theta_1) \geqslant m(\theta_2 - \theta_1), \quad 0 \leqslant \theta_1 < \theta_2 \leqslant 2\pi, \tag{14}$$

то в замкнутом круге $|z| \leqslant 1$ справедлива оценка

$$|P_n(z)| \leqslant C_3 + C_4\sqrt{n\mu_n}, \quad |z| \leqslant 1. \tag{15}$$

При выполнении обоих условий вся ортонормальная система равномерно ограничена в замкнутом круге (2).

Если $\mu_n = o(1/n)$, то при выполнении (14) в каждой точке $z_0 = e^{i\theta_0}$, в которой существует радиальное граничное значение $\pi(e^{i\theta_0})$, имеем

$$|P_n^*(z_0) - \pi(z_0)| \leqslant \lambda_n, \quad \lambda_n = C_1^3\sqrt{n\mu_n} + C_2\,|\pi(z_0) - \pi(rz_0)|, \quad r = 1 - \mu_n^{1/3} n^{-2/3}. \tag{16}$$

При более ограничительном условии $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\mu_n}{n}} < \infty$ функция $\sigma(\theta)$ абсолютно непрерывна на всем отрезке $[0, 2\pi]$, функция $\pi(z)$ непрерывна в замкнутом круге и справедлива асимптотическая формула (16) с оценкой погрешности (5)

$$\lambda_n = C \sum_{k=n+1}^{\infty} \sqrt{\frac{\mu_k}{k}}. \tag{17}$$

Укажем еще некоторые оценки, выражающиеся через величину μ_n:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\frac{P_n^*(e^{i\theta})}{\pi(e^{i\theta})}-1\right|^2 d\theta \leqslant C_1\mu_n; \qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|P_n(e^{i\theta})|^2 d\sigma_1(\theta)\leqslant C_2\mu_n; \tag{18}$$

$\sigma_1(\theta)$ — сумма функции скачков и сингулярной компоненты функции $\sigma(\theta)$.

3. С величиной μ_n связаны, как мы показали, многие оценки; поэтому весьма важно найти оценки для μ_n. Из оценки (5) видно, что μ_n

Таблица 1

	Условия, налагаемые на вес $p(\theta)$, $0\leqslant\theta\leqslant 2\pi$	Оценки сверху для величины $\sqrt{\mu_n}$
I	$0<m\leqslant p(\theta)\leqslant M$	$C_1\omega_2\left(\frac{1}{n};p\right)$ или $C_2\sqrt{\omega_1\left(\frac{1}{n};p\right)}$
II	$0<m\leqslant p(\theta)$	$C_1\omega_4\left(\frac{1}{n};\lg p\right)+C_2\omega_2\left(\frac{1}{n},p\right)$ или $C_3\sqrt{\omega_1\left(\frac{1}{n};p\right)}$
III	$p(\theta)\in L_r$, $\frac{1}{p(\theta)}\in L_{r'}$, $\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}=1$, $r>1$	$C_1\omega_{2r}\left(\frac{1}{n};\sqrt{p}\right)+C_2\omega_4\left(\frac{2}{n};\lg p\right)$ или $C_3\sqrt{\omega_r\left(\frac{1}{n};p\right)}$
IV	$\frac{1}{p(\theta)}\in L_1$, $p(\theta)\leqslant M$	$C_1\omega_4\left(\frac{1}{n}:\lg p\right)+C_2\omega_2\left(\frac{1}{n};\frac{1}{\sqrt{p}}\right)$ или $C_3\sqrt{\omega_1\left(\frac{1}{n};\frac{1}{p}\right)}$
V	$\lim\limits_{\delta\to 0} I(\delta)=0$	$C_1\sqrt{I\left(\frac{1}{n}\right)}$

может стремиться к нулю сколь угодно медленно, ибо параметры $\{a_n\}$ можно выбрать совершенно произвольно, лишь бы выполнялись условия

$$|a_n|<1, \quad n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \quad \sum_{n=0}^{\infty}|a_n|^2<\infty. \tag{19}$$

Предполагая, что функция $\sigma(\theta)$ абсолютно непрерывна на всем отрезке $[0,\ 2\pi]$, и вводя обозначения

$$\omega_r(\delta;\ f)=\sup_{|h|\leqslant\delta}\|f(\theta+h)-f(\theta)\|_r, \quad f\in L_r,$$

$$I(\delta)=\sup_{|h|\leqslant\delta}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{|p(\theta+h)-p(\theta)|}{p(\theta)}\,d\theta\right\},$$

мы указываем в табл. 1 некоторые оценки для величины μ_n, выраженные через структурные характеристики веса $p(\theta)=\sigma'(\theta)$.

Харьковский
авиационный институт

Поступило
21 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Л. Геронимус, Сообщ. Харьковск. матем. общ., сер. 4, **19**, 35 (1948). [2] Я. Л. Геронимус, ДАН, **83**, № 1 (1952). [3] Я. Л. Геронимус, ДАН, **88**, № 2 (1953). [4] Я. Л. Геронимус, ДАН, **106**, № 2 (1956). [5] Я. Л. Геронимус, ДАН, **88**, № 4 (1953). [6] G. Szegö, Math. Zs., **6**, 167 (1920); **9**, 167 (1921). [7] S. Verblunsky, Proc. Lond. Math. Soc., **40**, 290 (1935).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

С. Г. МИХЛИН

СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ В ПРОСТРАНСТВАХ L_p

(Представлено академиком В. И. Смирновым 20 V 1957)

В настоящей заметке мы пользуемся обозначениями и терминологией статей ([1], [2]).

1. Теорема 1. *Если символ* $\Phi(x, \theta)$ *сингулярного оператора*

$$Au = a(x)\,u(x) + \int\limits_{E_m} \frac{f(x, \theta)}{r^m}\,u(y)\,dy \tag{1}$$

и производные этого символа вида

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta_1},\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta_1\partial\vartheta_2},\ \ldots,\ \frac{\partial^{m-2}\Phi}{\partial\vartheta_1\ldots\partial\vartheta_{m-2}} \tag{2}$$

непрерывны при x *фиксированном и ограничены независимо от* x, *а производная*

$$\frac{\partial^{m-1}\Phi}{\partial\vartheta_1\ldots\partial\vartheta_{m-2}\partial\vartheta_{m-1}} \tag{3}$$

существует как обобщенная и удовлетворяет неравенству

$$\int\limits_0^{\pi}\ldots\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left|\frac{\partial^{m-1}\Phi}{\partial\vartheta_1\ldots\partial\vartheta_{m-2}\partial\vartheta_{m-1}}\right|^{p'} d\vartheta_1\ldots d\vartheta_{m-2}d\vartheta_{m-1} \leqslant C = \text{const},\ 1<p'<\infty, \tag{4}$$

то оператор A *ограничен в* $L_p(E_m)$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1$.

Оператор A, который мы пока будем рассматривать на плотном в $L_p(E_m)$ множестве бесконечно дифференцируемых финитных функций, можно представить в виде ([1])

$$Au = \int\limits_0^{\pi}\ldots\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\Phi(x, \theta)\,d\mathcal{E}_1(\vartheta_1)\ldots d\mathcal{E}_{m-2}(\vartheta_{m-2})\,d\mathcal{E}_{m-1}(\vartheta_{m-1})\,u. \tag{5}$$

Интегрированием по частям приведем формулу (5) к виду

$$Au = \sum_{k=0}^{m} \pm\int\ldots\int \frac{\partial^k\Phi}{\partial\vartheta_{i_1}\ldots\partial\vartheta_{i_k}}\,\mathcal{E}_{i_1}(\vartheta_1)\ldots\mathcal{E}_{i_s}(\vartheta_s)\,u\,d\vartheta_{j_1}\ldots d\vartheta_{j_s}. \tag{6}$$

Под знаками интегралов в (6) содержатся только производные вида (2) или (3), и производная (3) содержится только под знаком интеграла кратности $m-1$. Применив неравенство Гельдера, убедимся, что теорема 1 будет доказана, если будет установлено, что операторы $\mathcal{E}_j(\vartheta_j)$ равномерно ограничены в $L_p(E_m)$.

Нетрудно убедиться, что $\mathcal{E}_j(\vartheta_j^{(0)})$ есть сингулярный оператор, символ которого равен единице при $0 \leqslant \vartheta_j \leqslant \vartheta_j^{(0)}$ и нулю при $\vartheta_j > \vartheta_j^{(0)}$. Обозначим через $\Phi_j(x)$ функцию, которая постоянна на лучах, исходящих из нача-

ла координат, и совпадает на единичной сфере с только что упомянутым символом. Тогда (2)

$$\mathcal{E}_j(\vartheta_j^{(0)})\,u = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}} \int\limits_{E_m} e^{i(x,\,y)}\,\Phi_j(y)\,\widetilde{u}(y)dy, \tag{7}$$

где $\widetilde{u}$ означает преобразование Фурье функции u. Для упрощения записи дальнейшие вычисления проведем для случая $m = 2$.

Разложим $u(x)$ в ряд Фурье в квадрате $-l \leqslant x_1,\ x_2 \leqslant l$, где l — произвольное число:

$$u(x) = \sum_{\nu_1,\,\nu_2=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4l^2} \int\limits_{-l}^{l}\int\limits_{-l}^{l} u(t)\exp\left\{\frac{i\pi}{l}\left[\nu_1(x_1-t_1)+\nu_2(x_2-t_2)\right]\right\}dt. \tag{8}$$

Положим еще

$$v_l(x) = \sum_{\nu_1,\,\nu_2=-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda^p(\nu_1,\,\nu_2)}{4l^2} \int\limits_{-l}^{l}\int\limits_{-l}^{l} u(t)\exp\left\{\frac{i\pi}{l}\left[\nu_1(x_1-t_1)+\nu_2(x_2-t_2)\right]\right\}dt,$$
$$\lambda(\nu_1,\ \nu_2) = \Phi\left(\frac{\pi\nu_1}{l},\ \frac{\pi\nu_2}{l}\right). \tag{9}$$

Преобразование $u(x)$ в $v_l(x)$ состоит в том, что член ряда (8) с индексами ν_1, ν_2 оставляется без изменения, если точка $(\nu_1,\ \nu_2)$ лежит внутри или на сторонах угла $0 \leqslant \vartheta_1 \leqslant \vartheta_1^{(0)}$, и вычеркивается в противном случае.

Введем обозначения $\exp\left(\frac{i\pi x_2}{l}\right) = z$, $u(x) = u(x_1,\ x_2) = f(z)$; когда x_2 пробегает сегмент $[-l,\ l]$, точка z пробегает окружность $|z| = 1$. Рассмотрим оператор

$$Qf = \frac{1}{2}f(z) + \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\zeta|=1} \frac{f(\zeta)}{\zeta - z}\,d\zeta. \tag{10}$$

По известной теореме Риса этот оператор ограничен в L_p, $1 < p < \infty$, так что

$$\int\limits_{|z|=1} |Qf|^p\,|dz| \leqslant A_p^p \int\limits_{|z|=1} |f|^p\,|dz|, \tag{11}$$

где A_p — постоянная, зависящая только от p.

Вернемся к переменной x_2. Действие оператора Q заключается в вычеркивании из ряда (8) членов с $\nu_2 < 0$. Сохраняя для этого оператора обозначение Q и возвращаясь к переменной x_2, имеем, в силу неравенства (11),

$$\int\limits_{-l}^{l} |Qu(x_1,\ x_2)|^p\,dx_2 \leqslant A_p^p \int\limits_{-l}^{l} |u(x_1, x_2)|^p\,dx_2. \tag{12}$$

Обратимся к преобразованию (9). Если $\vartheta_1^{(0)} = 0$ или $\vartheta_1^{(0)} = 2\pi$, то ограниченность этого преобразования очевидна; если $\vartheta_1^{(0)} = \pi/2,\ \pi,\ 3\pi/2$, то эта ограниченность легко вытекает из (12). Это обстоятельство позволяет ограничиться случаем $0 < \vartheta_1^{(0)} < \pi/2$; одновременно можно считать, что коэффициенты Фурье функции $u(x_1,\ x_2)$ отличны от нуля только при $\nu_1 \geqslant 0$, $\nu_2 \geqslant 0$. Нетрудно убедиться при этом, что

$$v_l(x_1,\ x_2) = u(x_1,\ x_2) -$$
$$-\exp\{i\,[x_1 \operatorname{tg}\vartheta_1^{(0)}]\,x_2\}\,Q\{\exp\{-i\,[x_1 \operatorname{tg}\vartheta_1^{(0)}]\,x_2\}u(x_1,\ x_2)\}. \tag{13}$$

Из формулы (13) вытекает равномерная относительно $\vartheta_1^{(0)}$ и l ограниченность преобразования (9) в пространстве $L_p(-l, l)$; существует такая постоянная B_p, зависящая только от p, что справедливо неравенство

$$\int_{-l}^{l}\int_{-l}^{l} |v_l(x)|^p\,dx \leqslant B_p^p \int_{-l}^{l}\int_{-l}^{l} |u(x)|^p\,dx.$$

Это неравенство мы усилим, интегрируя слева по квадрату $-N \leqslant x_1, x_2 \leqslant N$, $N \leqslant l$, а справа по всей плоскости:

$$\int_{-N}^{N}\int_{-N}^{N} |v_l(x)|^p\,dx \leqslant B_p^p \iint\limits_{E_2} |u(x)|^p\,dx. \tag{14}$$

Повторяя с небольшими изменениями рассуждения статьи ([3]), найдем, что в квадрате $-N \leqslant x_1$, $x_2 \leqslant N$ функция $v_l(x)$ равномерно стремится к $\mathcal{E}_1(\vartheta_1^{(0)})u$. Полагая теперь в (14) сперва $l \to \infty$, а затем $N \to \infty$, найдем, что оператор $\mathcal{E}_1(\vartheta_1^{(0)})$ равномерно ограничен в $L_p(E_2)$; как уже было сказано, отсюда вытекает теорема 1.

Теорема 1 остается в силе для любого сингулярного оператора вида (5), хотя бы он и не был представим в виде (1). Это может иметь место, например, в том случае, когда символ достаточное число раз непрерывно дифференцируем как функция угловых координат $\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_{m-1}$, но разрывен как функция точки единичной сферы.

При $m = 2$ теорема 1 совпадает с теоремой 2 Кальдерона и Зигмунда ([4]); при $m > 2$ есть случаи, которые охватываются теоремами статьи ([4]), но не охватываются нашей теоремой 1, и наоборот.

Теорема 1 очевидным образом распространяется на тот случай, когда интегрирование в (1) совершается не по евклидову пространству E_m, а по любому замкнутому ляпуновскому многообразию Γ m измерений.

2. Рассмотрим сингулярное интегральное уравнение

$$A_1 u = a(x)u(x) + \int_{E_m} \frac{f(x,\theta)}{r^m} u(y)\,dy + Tu = g(x); \qquad g(x) \in L_p(E_m). \tag{15}$$

Примем следующие допущения: 1) оператор T вполне непрерывен в $L_p(E_m)$; 2) символ оператора A_1 удовлетворяет условиям теоремы 1 и нигде не обращается в нуль; 3) коэффициент $a(x)$ и характеристика $f(x, \theta)$ удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} |a(x) - a|(y)| &\leqslant Mr^\gamma (1+|x|^2)^{m\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{p}\right)-\frac{\gamma}{2}} (1+|y|^2)^{m\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{p'}\right)-\frac{\gamma}{2}} \\ |f(x,\theta) - f|(y,\theta)| &\leqslant Mr^\gamma (1+|x|^2)^{m\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{p}\right)-\frac{\gamma}{2}} (1+|y|^2)^{m\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{p'}\right)-\frac{\gamma}{2}}, \end{aligned} \tag{16}$$

где M и γ — постоянные. $M > 0$, $0 < \gamma \leqslant 1$.

Индекс * оператора с символом $e^{2i\vartheta_j}$ $(j \leqslant m-2)$ или $e^{i\vartheta_{m-1}}$ в пространстве $L_p(E_m)$ равен нулю, в чем легко убедиться хотя бы из таких соображений. В данном случае сопряженный оператор имеет символом функцию $e^{-2i\vartheta_j}$ либо $e^{-i\vartheta_{m-1}}$, но таким же можно сделать символ данно-

---

* Индексом оператора A называется разность между числами линейно независимых решений уравнений $Au = 0$ и $A^*u = 0$.

го оператора при подходящем преобразовании координат*. Далее, теорема о нормальной разрешимости оператора, допускающего регуляризацию, которая была доказана автором ([5]) для случая гильбертова пространства, легко переносится на случай любого банахова пространства. Только что отмеченные факты позволяют применить к уравнению (15), рассматриваемому как уравнение в пространстве $L_p(E_m)$, рассуждения статьи ([2]). Это приводит к следующим теоремам.

Теорема 2. *Оператор A_1 нормально разрешим в $L_p(E_m)$.*

Теорема 3. *Уравнение $A_1 u = 0$ имеет в $L_p(E_m)$ только конечное число линейно независимых решений. Индекс оператора A_1 равен нулю в $L_p(E_m)$.*

Из теорем 2 и 3 вытекает, как обычно, что для уравнения (15) в $L_p(E_m)$ имеет место альтернатива Фредгольма.

Теоремы 2 и 3 можно распространить и на тот случай, когда интегрирование в (15) совершается по замкнутому дифференцируемому многообразию; условия (16) в этом случае заменяются требованием, чтобы a и f удовлетворяли условию Гельдера.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
15 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Г. Михлин, Усп. матем. наук, 3, в. 3(25) (1948). [2] С. Г. Михлин, Вестн. ЛГУ, № 1 (1956). [3] С. Г. Михлин, Вестн. ЛГУ, № 7 (1957). [4] A. P. Calderon, A. Zygmund, Am. J. Math., 78, № 2 (1956). [5] С. Г. Михлин, ДАН, 57, № 1 (1947),

* Пользуясь этим соображением, можно упростить доказательство основной для статьи ([2]) теоремы 1.7.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

Г. И. НАТАНСОН

К ТЕОРЕМЕ С. М. ЛОЗИНСКОГО

(Представлено академиком В. И. Смирновым 23 V 1957)

1. С. М. Лозинский доказал (1) следующую теорему.

Теорема. *Пусть матрица множителей* $\{\rho_m^{(n)}\}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots; m = 0, 1, 2, \ldots, n)$ *такова, что для любой* $f(x) \in C_{2\pi}$ *равномерно на* $(-\infty, +\infty)$ *будет*

$$\lim_{n\to\infty}\left[\rho_0^{(n)}a_0 + \sum_{m=1}^{n}\rho_m^{(n)}(a_m\cos mx + b_m\sin mx)\right] = f(x)$$

(a_m, b_m — *коэффициенты Фурье* $f(x)$). *Тогда, если* $f(x) \in C_{2\pi}$ *и*

$$T(x) = a_0^{(n)} + \sum_{m=1}^{n}(a_m^{(n)}\cos mx + b_m^{(n)}\sin mx)$$

полином, совпадающий с $f(x)$ *в узлах* $x_k = \frac{2k\pi}{2n+1}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots, 2n)$, *то*

$$\lim_{n\to\infty}\left[\rho_0^{(n)}a_0^{(n)} + \sum_{m=1}^{n}\rho_m^{(n)}(a_m^{(n)}\cos mx + b_m^{(n)}\sin mx)\right] = f(x)$$

равномерно на $(-\infty, +\infty)$.

2. Эта теорема переносится в теорию рядов по ультрасферическим многочленам. Именно, справедлива следующая теорема:

Теорема. *Пусть* $-1/2 \leqslant \alpha \leqslant 1/2$ *и* $J_n(x) = J_n^{(\alpha)}(x)$ — *многочлены, ортонормальные на* $[-1, 1]$ *с весом* $p(x) = (1-x^2)^\alpha$. *Пусть матрица* $\{\rho_m^{(n)}\}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots;\ m = 0, 1, 2, \ldots, n)$ *такова, что для любой* $f(x) \in C([-1, 1])$ *оказывается*

$$S_n^{(\rho)}[f;\ x] = \sum_{m=0}^{n}\rho_m^{(n)}a_m J_m(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} f(x)$$

равномерно на $[-1+h,\ 1-h]$, *где* $a_m = \int_{-1}^{1} f(t)\,J_m(t)\,p(t)\,dt$, $h \in [0,\ 1)$.

Составим для функции $f(x) \in C([-1, 1])$ *интерполяционный многочлен* $L_n[f;\ x]$, *совпадающий с* $f(x)$ *в корнях* $x_k^{(n)}$ *многочлена* $J_n(x)$. *Разложим* $L_n[f;\ x]$ *по многочленам* $J_m(x)$:

$$L_n[f;\ x] = \sum_{m=0}^{n-1}a_m^{(n)}J_m(x)$$

и образуем

$$L_n^{(\rho)}[f;\ x] = \sum_{m=0}^{n-1}\rho_m^{(n)}a_m^{(n)}J_m(x).$$

Тогда

$$\lim_{n\to\infty} L_n^{(\rho)}[f;\ x] = f(x)$$

равномерно на $[-1+h,\ 1-h]$.

3. Лемма. *Если* $T(x)$ — *четный тригонометрический полином порядка не выше* n *и* $\delta > 0$, *то*

$$\int_0^{\pi} |T(x)|\,dx \leqslant 6(\pi\gamma)^{\delta} n^{\delta} \int_0^{\pi} \sin^{\delta} x\,|T(x)|\,dx,$$

где $\gamma = [\ln {}^{4}/_{3}]^{-1}$.

Доказательство. Очевидно, что

$$T(x) = T\left(x + \frac{1}{2\gamma n}\right) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{T^{(k)}(x)}{(2\gamma n)^k\, k!},$$

$$T(x) = T\left(x - \frac{1}{2\gamma n}\right) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k T^{(k)}(x)}{(2\gamma n)^k\, k!}.$$

Следовательно,

$$\int_0^{\pi/2} |T(x)|\,dx \leqslant \int_0^{\pi/2} \left|T\left(x + \frac{1}{2\gamma n}\right)\right| dx + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2\gamma n)^k\, k!} \int_0^{\pi} |T^{(k)}(x)|\,dx, \qquad (1)$$

$$\int_{\pi/2}^{\pi} |T(x)|\,dx \leqslant \int_{\pi/2}^{\pi} \left|T\left(x - \frac{1}{2\gamma n}\right)\right| dx + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2\gamma n)^k\, k!} \int_0^{\pi} |T^{(k)}(x)|\,dx. \qquad (2)$$

Применяя k раз неравенство Зигмунда (см., например, [2], стр. 566), находим

$$\int_0^{\pi} |T^{(k)}(x)|\,dx \leqslant (2n)^k \int_0^{\pi} |T(x)|\,dx.$$

Отсюда

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2\gamma n)^k k!} \int_0^{\pi} |T^{(k)}(x)|\,dx \leqslant (e^{1/\gamma} - 1) \int_0^{\pi} |T(x)|\,dx = \frac{1}{3} \int_0^{\pi} |T(x)|\,dx. \qquad (3)$$

Складывая (1) и (2) и используя (3), получим

$$\int_0^{\pi} |T(x)|\,dx - \frac{2}{3} \int_0^{\pi} |T(x)|\,dx \leqslant \int_{{}^{1}/_{2\gamma n}}^{\pi/2+{}^{1}/_{2\gamma n}} |T(x)|\,dx + \int_{\pi/2-{}^{1}/_{2\gamma n}}^{\pi-{}^{1}/_{2\gamma n}} T|(x)|\,dx,$$

или

$$\int_0^{\pi} |T(x)|\,dx \leqslant 6 \int_{{}^{1}/_{2\gamma n}}^{\pi-{}^{1}/_{2\gamma n}} |T(x)|\,dx.$$

При $x \in \left[\frac{1}{2\gamma n},\ \pi - \frac{1}{2\gamma n}\right]$ будет $\sin x \geqslant \frac{1}{\pi\gamma n}$. Поэтому

$$\int_0^{\pi} |T(x)|\,dx \leqslant 6 \int_{{}^{1}/_{2\gamma n}}^{{}^{1}/_{2\gamma n}} (\sin x \cdot \pi\gamma n)^{\delta} |T(x)|\,dx,$$

откуда и вытекает лемма.

4. Переходя к доказательству теоремы, отметим, что $S_n^{(\rho)}[f;\ x]$ есть линейный оператор из пространства $C([-1,\ 1])$ в пространство $C([-1+h,\ 1-h])$ с нормой

$$\|S_n^{(\rho)}\| = \max_{x\in[-1+h,\,1-h]} \int_{-1}^{1} \left| \sum_{m=0}^{n} \rho_m^{(n)} J_m(x)\, J_m(t) \right| p(t)\,dt. \qquad (4)$$

3 Заказ 2094

По известной теореме Банаха

$$\| S_n^{(\rho)} \| = O(1). \tag{5}$$

Положим $l_k^{(n)}(x) = \dfrac{J_n(x)}{(x - x_k^{(n)}) J_n'(x_k^{(n)})}$. Тогда $(J_n(x_k^{(n)}) = 0)$

$$l_k^{(n)}(x) = -[J_{n+1}(x_k^{(n)}) J_n'(x_k^{(n)}) \sqrt{\lambda_{n+1}}]^{-1} \sqrt{\lambda_{n+1}} \frac{J_n(x) J_{n+1}(x_k^{(n)}) - J_{n+1}(x) J_n(x_k^{(n)})}{x_k^{(n)} - x},$$

где $\lambda_{n+1} = \dfrac{(n+1)(2\alpha+n+1)}{(2\alpha+2n+1)(2\alpha+2n+3)} = \dfrac{1}{4} + O(n^{-1})$.

Обозначив $[J_{n+1}(x_k^{(n)}) J_n'(x_k^{(n)}) \sqrt{\lambda_{n+1}}]^{-1} = q_k^{(n)}$, при помощи формулы Кристоффеля — Дарбу получим

$$l_k^{(n)}(x) = -q_k^{(n)} \sum_{m=0}^{n} J_m(x_k^{(n)}) J_m(x).$$

Следовательно,

$$L_n^{(\rho)}[f;\ x] = -\sum_{k=1}^{n} q_k^{(n)} f(x_k^{(n)}) \sum_{m=0}^{n} \rho_m^{(n)} J_m(x_k^{(n)}) J_m(x),$$

$$\| L_n^{(\rho)} \| = \max_{x \in [-1+h,\ 1-h]} \sum_{k=1}^{n} \left| q_k^{(n)} \sum_{m=0}^{n} \rho_m^{(n)} J_m(x_k^{(n)}) J_m(x) \right|. \tag{6}$$

Для ультрасферических многочленов имеют место (см., например, [3], стр. 83 и 232) формулы

$$(n+1) \sqrt{\frac{(n+2\alpha+1)(2n+2\alpha+1)}{(n+1)(2n+2\alpha+3)}} J_{n+1}(x) =$$
$$= (n+2\alpha+1) x J_n(x) - (1-x^2) J_n'(x),$$

$$|J_n'(x_k^{(n)})|^{-1} = O\left(\frac{k^{\alpha+3/2}}{n^{\alpha+5/2}}\right) \quad (0 \leqslant x_{[n/2]}^{(n)} < \ldots < x_2^{(n)} < x_1^{(n)} < 1).$$

Отсюда, положив $x_k^{(n)} = \cos\theta_k$, находим

$$q_k^{(n)} = \frac{O(1) k^{2\alpha+3}}{n^{2\alpha+4} \sin^2 \theta_k}.$$

Для θ_k известны неравенства Маркова — Стилтьеса (см. [4], стр. 40)

$$\frac{2k-1}{2n+1}\pi \leqslant \theta_k \leqslant \frac{2k}{2n+1}\pi.$$

Значит, при $1 \leqslant k \leqslant [n/2]$

$$q_k^{(n)} = O(n^{-1}) \sin^{2\alpha+1} \theta_k. \tag{7}$$

По симметрии $J_n(x)$ (7) верно и при $[n/2] \leqslant k \leqslant n$. Пусть сумма в правой части (6) достигает максимума при $x = x_0 \in [-1+h,\ 1-h]$. Введя обозначение

$$\sum_{m=0}^{n} \rho_m^{(n)} J_m(\cos\theta) J_m(x_0) = T(\theta)$$

($T(\theta)$ — четный тригонометрический полином порядка n), имеем

$$\| L_n^{(\rho)} \| = O(n^{-1}) \sum_{k=1}^{n} \sin^{2\alpha+1} \theta_k |T(\theta_k)| = O(1) \sum_{k=-n}^{n} \frac{|\sin^{2\alpha+1}\theta_k T(\theta_k)|}{2n+1},$$

где $\theta_{-k} = -\theta_k$.

Если $s_n(\theta)$ — тригонометрический полином наилучшего приближения к $\sin^{2\alpha+1}\theta$ порядка не выше n, то

$$\sin^{2\alpha+1}\theta = s_n(\theta) + O(n^{-2\alpha-1}), \tag{8}$$

$$\|L_n^{(\rho)}\| = O(1)\sum_{k=-n}^{n}\frac{|s_n(\theta_k)T(\theta_k)|}{2n+1} + O(n^{-2\alpha-1})\sum_{k=-n}^{n}\frac{|T(\theta_k)|}{2n+1}.$$

Совершенно так же, как в [2], стр. 568, доказывается, что

$$\sum_{k=-n}^{n}\frac{|s_n(\theta_k)T(\theta_k)|}{2n+1} = O(1)\int_{-\pi}^{\pi}|s_n(\theta)T(\theta)|\,d\theta,$$

$$\sum_{k=-n}^{n}\frac{|T(\theta_k)|}{2n+1} = O(1)\int_{-\pi}^{\pi}|T(\theta)|\,d\theta.$$

Поэтому

$$\|L_n^{(\rho)}\| = O(1)\int_{-\pi}^{\pi}|s_n(\theta)T(\theta)|\,d\theta + O(n^{-2\alpha-1})\int_{-\pi}^{\pi}|T(\theta)|\,d\theta,$$

и, в силу (8) и четности $T(\theta)$:

$$\|L_n^{(\rho)}\| = O(1)\int_{0}^{\pi}\sin^{2\alpha+1}\theta\,|T(\theta)|\,d\theta + O(n^{-2\alpha-1})\int_{0}^{\pi}|T(\theta)|\,d\theta.$$

Применяя лемму, найдем

$$\|L_n^{(\rho)}\| = O(1)\int_{0}^{\pi}|T(\theta)|\sin^{2\alpha+1}\theta\,d\theta = O(1)\int_{-1}^{1}\left|\sum_{m=0}^{n}\rho_m^{(n)}J_m(t)J_m(x_0)\right|p(t)\,dt.$$

Итак, в силу (4) и (5), нормы линейных операторов $L_n^{(\rho)}[f;\ x]$ равномерно ограничены. Остается заметить, что, если $P(x)$ — алгебраический многочлен, то $\lim\limits_{n\to\infty} L_n^{(\rho)}[P;\ x] = P(x)$, так как при n, большем степени $P(x)$, $L_n^{(\rho)}[P;\ x] = S_n^{(\rho)}[P;\ x]$.

Исходя из оценок для отклонения $S_n^{(\rho)}[f;\ x]$ от $f(x)$, можно получить сходные оценки и для отклонения $L_n^{(\rho)}[f;\ x]$ от $f(x)$. Сформулируем простейший результат такого рода.

Пусть для любой $f(x)\in C([-1,\ 1])$

$$|f(x) - S_n^{(\rho)}[f;x]| < A\omega_f(\varphi(n)) \quad (-1+h\leqslant x\leqslant 1-h),$$

где ω_f — модуль непрерывности $f(x)$ на $[-1,\ 1]$; величина $\frac{1}{n\varphi(n)}$ ограничена; $\lim\limits_{n\to\infty}\varphi(n) = 0$; A и φ не зависят от n, x и $f(x)$. Тогда

$$|f(x) - L_n^{(\rho)}[f;\ x]| < B\omega_f(\varphi(n)) \quad (-1+h\leqslant x\leqslant 1-h),$$

где B также не зависит от n, x и $f(x)$.

Имеет место и тригонометрический аналог этого факта.

Ленинградский государственный педагогический институт
им. А. И. Герцена

Поступило
21 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. М. Лозинский, Матем. сборн., 14 (56) 175 (1944). [2] И. П. Натансон, Конструктивная теория функций, М.—Л., 1949. [3] G. Szegö, Orthogonal Polynomials, Am. Math. Soc. Coll. Publ., 23, 1939. [4] Я. Л. Геронимус, Теория ортогональных многочленов, М.—Л., 1950.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

В. К. САУЛЬЕВ

К ВОПРОСУ О ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 23 V 1957)

Все известные разностные методы численного интегрирования параболических и гиперболических уравнений математической физики можно разбить на две группы в зависимости от того, требуют они или нет для просчета очередного шага решения системы алгебраических уравнений. Методы, относящиеся к первой группе («явные»), просты, но для устойчивости счета они налагают сильное ограничение на шаги. Методы второй группы («неявные»), наоборот, более сложны, но зато устойчивы при любых соотношениях шагов.

В нашей заметке ([1]) рассмотрен явный метод с более слабым ограничением устойчивости. Однако этот метод имеет по сравнению с отмеченными выше классическими методами обеих групп бо́льшую погрешность, именно $C_{\Delta_x}\Delta x + O((\Delta x)^2)$, где C_{Δ_x} стремится к нулю медленнее, чем Δx,— вместо $O((\Delta x)^2)$ в упомянутых выше случаях.

В данной работе рассматривается другой явный метод, который имеет погрешность $O((\Delta x)^2)$ и имеет более слабое ограничение устойчивости. Кроме того рассмотрен один явный метод, удобный для использования на быстродействующих вычислительных машинах.

Все дальнейшие рассуждения мы будем ради простоты проводить для простейшей задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < 1, \ t > 0; \quad u(x, 0) = f(x); \quad u(0, t) = u(1, t) = 0. \quad (1)$$

Пусть Δx и Δt означают шаги, соответственно, по x и t. Полагаем

$$S^{(m)} u^{(i)}_{0,k} = \frac{\alpha^m}{2(\omega+\alpha)^m}(u_{-m,\,k+1} + u_{m,\,k+1}) +$$

$$+ \frac{\alpha^{m-1}(1-\alpha)}{2(\omega+\alpha)^m}(u_{-m,\,k} + u_{m,\,k}) + \frac{\alpha^{m-2}(\omega-\alpha)}{2(\omega+\alpha)^m}(u_{m-1,\,k} + u_{-(m-1),\,k}) +$$

$$+ \frac{\omega^2}{2(\omega+\alpha)^2} \sum_{\gamma=1}^{m-2} \frac{\alpha^{\gamma-1}}{(\omega+\alpha)^\gamma}(u_{-\gamma,\,k} + u_{\gamma,\,k}) +$$

$$+ \frac{\delta\alpha + (\omega+\alpha)^2 - 2(\omega+\alpha)}{(\omega+\alpha)^2} u_{0,k} + \frac{1}{2(\omega+\alpha)}(u_{-1,\,k} + u_{1,\,k}) \quad (m = 1, 2, \ldots),$$

где $u^{(i)}_{\pm p,\,q} = u((i \pm p)\Delta x, \ q\Delta t)$ (верхний индекс (i), если это не вызывает недоразумений, мы опускаем); $\omega = (\Delta x)^2 / \Delta t = \text{const} > 0$; $\delta = 0$ при $m = 1$ и $\delta = 1$ при $m > 1$; $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. Напишем функциональное уравнение

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = S^{(m)} u^{(i)}_{0,\,k}. \quad (2)$$

В частности, при $m = \alpha = 1$ уравнение (2) дает неявный метод, описанный Кранком и Николсоном [2] (схематически $\begin{smallmatrix} * & * & * \\ * & * & * \end{smallmatrix}$),

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = S^{(1)} u^{(i)}_{0,\,k} \equiv \frac{1}{2(1+\omega)} [u_{-1,\,k+1} + u_{1,\,k+1} + u_{1,\,k} + u_{-1,\,k} + 2(1-\omega) u_{0,\,k}].$$

При $m = 2$, $\alpha = 1$ получаем другую неявную разностную схему

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = S^{(2)} u^{(i)}_{0,\,k} \equiv \frac{1}{2(1+\omega)^2} [u_{-2,\,k+1} + u_{2,\,k+1} + 2\omega (u_{1,\,k} + u_{-1,\,k} + \omega u_{0,\,k})]$$

(схематически $\begin{smallmatrix} * & & * & & * \\ & * & & * & \end{smallmatrix}$).

Формула (2) доставляет также явный алгорифм для численного интегрирования задачи (1). Пусть, например, $\Delta x = 1/2^N$.

Тогда явное обсчитывание $(k+1)$-го слоя $(t = (k+1)\Delta t)$ по k-му слою $(t = k\Delta t)$ и граничным условиям можно осуществить следующим образом:

$$\begin{gathered} u^{(2^N-1)}_{0,\,k+1} = S^{(2^N-1)} u_{0,\,k}; \\ u^{(2^N-2)}_{0,\,k+1} = S^{(2^N-2)} u_{0,\,k}, \qquad u^{(3\cdot 2^N-2)}_{0,\,k+1} = S^{(2^N-2)} u_{0,\,k}; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ u^{(1)}_{0,\,k+1} = S^{(1)} u_{0,\,k}, \quad u^{(3)}_{0,\,k+1} = S^{(1)} u_{0,\,k}, \ldots, u^{(2^N-1)}_{0,\,k+1} = S^{(1)} u_{0,\,k}. \end{gathered} \tag{3}$$

При этом операторы $S^{(2^N-l)}$ используются 2^{l-1} раз $(j = 1, 2, \ldots, N)$. В частности, при $\Delta x = 1/8$, $\omega = \alpha = 1$ необходимо применить формулы типов

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = \frac{1}{32} [u_{-4,\,k+1} + u_{4,\,k+1} + u_{-2,\,k} + u_{2,\,k} + 10(u_{-1,\,k} + u_{1,\,k}) + 8u_{0,\,k}] \quad (i = 4);$$

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = \frac{1}{8} [u_{-2,\,k+1} + u_{2,\,k+1} + 2(u_{-1,\,k} + u_{0,\,k} + u_{1,\,k})] \quad (i = 2,\ 6);$$

$$u^{(i)}_{0,\,k+1} = \frac{1}{4} (u_{-1,\,k+1} + u_{1,\,k+1} + u_{-1,\,k} + u_{1,\,k}) \quad (i = 1,\ 3,\ 5,\ 7)$$

1, 2, 4 раза соответственно.

Применяя соответствующие разложения в ряды Тейлора, можно показать, что разностное уравнение (2) (или (3)) аппроксимирует дифференциальное уравнение задачи (1) с погрешностью $O((\Delta x)^2)$. При этом коэффициент при $(\Delta x)^2$ пропорционален, например, в случае $\omega = \alpha = 1$, величине $^{13}/_{12} - m/(2^m - 1)$, откуда, между прочим, следует, что наименьшая погрешность имеет место при $m = 1$ (случай Кранка и Николсона).

При решении на быстродействующих вычислительных машинах метод (3) неудобен в силу неоднородности формул.

Укажем на следующую его модификацию, свободную от указанного недостатка. Каждый шаг по t просчитывается дважды:
слева направо по формулам

$$u_{i,\,k+1} = \frac{1}{\omega+\alpha} [\alpha u_{i-1,\,k+1} + (1-\alpha) u_{i-1,\,k} + u_{i+1,\,k} - (2-\omega-\alpha) u_{i,\,k}], \tag{4}$$

справа налево по формулам

$$u_{i,\,k+1} = \frac{1}{\omega+\alpha} [\alpha u_{i+1,\,k+1} + (1-\alpha) u_{i+1,\,k} + u_{i-1,\,k} - (2-\omega-\alpha) u_{i,\,k}]. \tag{5}$$

Среднее арифметическое этих двух просчетов и дает искомый результат (здесь использовано обычное обозначение $u_{i,\,k} = u(i\Delta x, k\Delta t)$). В дальнейшем этот метод мы будем называть методом (4)—(5).

В матричном виде уравнение (4) можно записать так:

$$u^{(k+1)} = Au^{(k)}, \tag{6}$$

где

$$u^{(k)} = \{u_{1,k},\ u_{2,k},\ \ldots,\ u_{n,k}\}, \quad n = \frac{1}{\Delta x} - 1;$$

$$A = \frac{1}{\omega + \alpha} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \omega - \alpha - 2 & 1 & & \\ \left(1 - \dfrac{2\alpha}{\omega + \alpha}\right) & C & 1 & \\ \dfrac{\alpha}{\omega + \alpha}\left(1 - \dfrac{2\alpha}{\omega + \alpha}\right) & \dfrac{\omega^2}{(\omega + \alpha)^2} & C & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ \left(\dfrac{\alpha}{\omega + \alpha}\right)^{n-2}\left(1 - \dfrac{2\alpha}{\omega + \alpha}\right) & \dfrac{\alpha^{n-3}\omega^2}{(\omega + \alpha)^{n-1}} & \dfrac{\alpha^{n-4}\omega^2}{(\omega + \alpha)^{n-2}} \cdots & C \end{pmatrix},$$

$$C = \frac{\omega^2 - (2\omega + \alpha)(1 - \alpha)}{\omega + \alpha}.$$

Оценивая абсолютную величину наибольшего собственного значения матрицы A через ее норму (по строкам), получим следующее достаточное условие устойчивости (равномерно по n)

$$\Delta t \leqslant \frac{(\Delta x)^2}{\max\{3/2 - \alpha;\ 1 - \alpha + \sqrt{1 - \alpha}\}}. \tag{7}$$

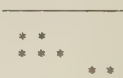
В частности, при $\alpha = 0$ неравенство (7) переходит в известное условие устойчивости $\Delta t \leqslant (\Delta x)^2/2$ (при этом уравнение (6) переходит в соответствующее классическое разностное уравнение).

Далее, если пренебречь влиянием численных погрешностей в граничных и приграничных узлах $(x_0,\ t_k)$, $(x_1,\ t_k)$, $(x_2,\ t_k)$ и $(x_{n+1},\ t_k)$, $(x_n,\ t_k)$, $(x_{n-1},\ t_k)$ $(k = 1, 2, \ldots)$, то можно показать, что метод (4) — (5) устойчив, если выполняется условие

$$\Delta t \leqslant \frac{(\Delta x)^2}{2(1 - \alpha)}. \tag{8}$$

Для сравнения разных методов приводим табл. 1.

Таблица 1

	Классические методы (методы 1) и 2) по терминологии [1])		Метод (3) $\alpha = 1$	Метод (4)—(5), $\alpha = 1$	Точные значения
					
	явный	неявный	явные		
	$\Delta t = (\Delta x)^2/2$	$\Delta t = (\Delta x)^2$			
0	0	0	0	0	0	0
Δx	0,1530	0,6875	0,1690	0,1653	0,1626	0,1564
$2\Delta x$	0,2817	−0,5000	0,3120	0,3068	0,3094	0,2892
$3\Delta x$	0,3692	1,0625	0,4073	0,4011	0,4094	0,3779
$4\Delta x$	0,3984	−0,2500	0,4407	0,4378	0,4449	0,4091

Здесь $f(x) = 4x(1 - x)$, $\Delta x = {}^1/_8$ (в силу симметрии начальной функции $f(x)$ приведена только половина значений), $t = 6(\Delta x)^2$. Из таблицы следует, что при $\Delta t = (\Delta x)^2$ явный классический метод дал абсурдный результат (невыполнение условия устойчивости). Остальные три метода (при этом же значении Δt) дали примерно одинаковую погрешность.

Таблица 2

	Метод (3), $\omega = 1$, $\alpha = {}^1/_2$	Метод (4)—(5), $\omega = 1$, $\alpha = {}^1/_2$	Точные значения
0	0	0	0
Δx	0,1557	0,1550	0,1564
$2\Delta x$	0,2850	0,2860	0,2892
$3\Delta x$	0,3752	0,3780	0,3779
$4\Delta x$	0,4045	0,4067	0,4091

При уменьшении веса α «части» второй «производной» по x на неизвестном слое, вообще говоря, условие устойчивости, как это следует из (7) и (8), становится более жестким. Вместе с тем с уменьшением α точность методов (3) и (4)—(5) заметно увеличивается, например, для уравнения (4) погрешность имеет вид $O(\alpha\Delta x))$. Так, при $\alpha = {}^1/_2$ методы (3) и (4)—(5) при тех же условиях, что и выше, дают результаты, приведенные в табл. 2.

Поступило
9 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. К. Саульев, ДАН, **115**, № 6 (1957). [2] J. Crank, P. Nicolson, Proc. Cambridge Phil. Soc., **43**, 50 (1947).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

И. В. ШРАГИН

О НЕКОТОРЫХ ОПЕРАТОРАХ В ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ОРЛИЧА

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 22 V 1957)

Применение топологических методов к изучению в функциональных пространствах нелинейных интегральных уравнений Гаммерштейна

$$u(x) = \Gamma u \equiv \int_B K(x, y)\, g(u(y), y)\, dy$$

обычно использует полную непрерывность оператора Гаммерштейна Γ. Так как этот оператор есть произведение линейного интегрального оператора $Au = \int_B K(x, y)\, u(y)\, dy$ и оператора $hu = g(u(x), x)$, который называется ([1]) оператором Немыцкого, то его полная непрерывность следует из непрерывности и ограниченности оператора h и полной непрерывности оператора A. В случае же, когда A не является вполне непрерывным, то обычно и Γ не обладает этим свойством; но если при этом Γ слабо непрерывен *, то возможен другой подход, который использует слабую топологию. Слабая непрерывность оператора $\Gamma = Ah$ обеспечивается ограниченностью A и слабой непрерывностью h. Ввиду этого важно выяснить условия слабой непрерывности оператора h.

В настоящей работе найдены при некоторых ограничениях необходимые и достаточные условия слабой непрерывности оператора Немыцкого в пространствах Орлича. Предварительно изучается в этих пространствах оператор умножения H, $Hu = b(x)\, u(x)$.

Под пространствами Орлича мы понимаем здесь обобщенные пространства Орлича в трактовке Цанена ([2], [3]). К таким пространствам относятся все пространства L^p $(1 \leqslant p \leqslant \infty)$, в то время как обычные пространства Орлича ([4–6]) исключают случаи $p = 1$ и $p = \infty$.

1. Приведем некоторые определения, относящиеся к обобщенным пространствам Орлича. Пусть $\varphi(u)$ $(0 \leqslant u < \infty)$ — вещественная функция, принимающая лишь конечные значения и удовлетворяющая следующим условиям: $\varphi(0) = 0$; $\varphi(u)$ не убывает, непрерывна слева и не обращается тождественно в нуль (в обычной трактовке дополнительно требуют, чтобы было $\varphi(u) > 0$ при $u > 0$ и $\lim_{u \to \infty} \varphi(u) = \infty$). Пусть, далее, $\psi(v) = \sup\{u \geqslant 0:\ \varphi(u) < v\}$ $(0 < v < \infty)$ и $\psi(0) = 0$. Функция $\psi(v)$ удовлетворяет тем же условиям, что и $\varphi(u)$, но может принимать бесконечные значения. Именно, если $\lim_{u \to \infty} \varphi(u) = l < \infty$, то $\psi(v) = \infty$ при

* Оператор называется слабо непрерывным из E в E_1 (E и E_1 — банаховы пространства), если он отображает E в E_1 непрерывно относительно слабых топологий этих пространств.

$v > l$ или при $v \geqslant l$. Функции $\Phi(u) = \int_0^u \varphi(t)\,dt$ $(u \geqslant 0)$ и $\Psi(v) = \int_0^v \psi(t)\,dt$ $(v \geqslant 0)$ называются взаимно дополнительными функциями Юнга. Через $M(u)$ будем обозначать любую из этих функций.

Говорят, что функция Юнга $M(u)$ удовлетворяет Δ_2-условию при $u \geqslant u_0 \geqslant 0$, если существует такая постоянная $C > 0$, что

$$M(2u) \leqslant CM(u) \quad \text{при } u \geqslant u_0.$$

Пусть B — множество конечной или бесконечной лебеговой меры в s-мерном евклидовом пространстве. Через L_M обозначим класс вещественных, измеримых на B функций $u(x)$, для которых $\int_B M[|u(x)|]\,dx < \infty$, а через L^M, следуя (7), обозначим обобщенное пространство Орлича, которое определяется точно так же, как и обычное пространство Орлича.

В частности, если $\varphi(u) \equiv 1$ $(0 < u < \infty)$, то $L^\Phi = L^1$, $L^\Psi = L^\infty$. Вообще, если $\lim\limits_{u \to \infty} \varphi(u) = l < \infty$ и $\operatorname{mes} B < \infty$, то L^Φ и L^Ψ содержат те же функции, что L^1 и, соответственно, L^∞.

Отметим, что основные факты теории пространств Орлича сохраняют свою силу и для обобщенных по Цанену пространств.

2. Перейдем к изложению результатов, полученных автором. Пусть L^M и L^{M_1} — произвольные пространства Орлича. Положим

$$d = \sup\{u \in [0, \infty):\ M(u) < \infty\}$$

и определим при произвольном положительном c вспомогательные функции

$$f_c(v) = \sup\{u \in [0, d):\ M_1(uv) \geqslant cM(u)\},$$

$$F_c(v) = vf_c(v) \quad (0 \leqslant v \leqslant \infty).$$

Отметим следующие свойства функции $f_c(v)$:

1°. $f_c(v)$ не убывает по v при фиксированном c, причем $\lim\limits_{v \to \infty} f_c(v) = d$.

2°. $f_c(v)$ не возрастает по c при фиксированном v.

3°. $f_{kc}(kv) \geqslant f_c(v)$ при $k \geqslant 1$ и при любых c и v.

4°. $M_1[F_c(v)] \geqslant cM[f_c(v)]$ при любых c и v; если $M(d) = \infty$, то это неравенство переходит в равенство.

5°. Если какое-нибудь из следующих соотношений:

$f_c(v) = d$ либо для достаточно больших v, либо для всех v;

$f_c(v) < d$ либо для достаточно малых v, либо для всех конечных v;

$f_c(v) = 0$ для достаточно малых v

имеет место при некотором $c = c_0$, то оно справедливо при всех c. Это свойство следует из 2° и 3°.

3. Рассмотрим оператор умножения H, $Hu = b(x)u(x)$, где $b(x)$ — вещественная функция, измеримая на B.

Теорема 1. *Для действия оператора H из L^M в L^{M_1}, а также для его непрерывности из L^M в L^{M_1} необходимо и достаточно, чтобы при некоторых c и $\lambda > 0$*

$$F_c(\lambda|b(x)|) \in L_{M_1}.$$

Достаточность доказывается непосредственно. При доказательстве необходимости разбираются четыре случая (см. 5°):

а) $f_c(v) = \infty$ при всех $v > 0$;

б) $M_1(u) < \infty$ $(0 \leqslant u < \infty)$ и $f_c(v) < \infty$ при всех конечных v;

в) $f_c(v) < \infty$ при достаточно малых v и $f_c(v) = \infty$ при достаточно больших v;

г) $M_1(u) = \infty$ при достаточно больших u.

Заметим, что случай г) пересекается со случаем а). В каждом случае доказательство использует соответствующую конструкцию. В случае а) доказывается, что $b(x) = 0$ почти всюду на B. В случае б), предположив, что $F_c(\lambda | b(x)|) \overline{\in} L_{M_1}$ ни при каких c и $\lambda > 0$, строим такую последовательность $\{B_n\}$ попарно непересекающихся подмножеств множества B, что

$$\int_{B_n} M_1\left[F_n\left(\frac{1}{n} | b(x)|\right)\right] dx = \frac{1}{n}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Далее полагаем

$$u(x) = \begin{cases} f_n\left(\frac{1}{n} | b(x)|\right) & \text{при } x \in B_n,\ n = 1, 2, \ldots, \\ 0 & \text{при } x \in B \setminus \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n. \end{cases}$$

Тогда оказывается, что $u(x) \in L_M \subset L^M$, а $Hu \overline{\in} L^{M_1}$. В случаях в) и г) сначала доказывается, что $b(x) \in L^\infty$. Затем рассуждение проводится аналогично случаю б).

Следствие. Если оператор H действует из L^M в L^{M_1}, то он непрерывен.

Отметим некоторые частные признаки действия оператора H из L^M в L^{M_1}.

Пусть $d < \infty$. Тогда для действия H из L^M в L^{M_1} достаточно, а если $\operatorname{mes} B < \infty$, то и необходимо, чтобы $b(x) \in L^{M_1}$.

Пусть $f_c(v) = \infty$ при всех $v > 0$. Тогда для действия H из L^M в L^{M_1} необходимо и достаточно, чтобы $b(x) = 0$ почти всюду на B.

Пусть $f_c(v) = 0$ при достаточно малых v (если $\operatorname{mes} B < \infty$, то достаточно предположить, что $f_c(v) < \infty$ при достаточно малых v). Тогда для действия H из L^M в L^{M_1} достаточно, а если $f_c(v) = \infty$ при достаточно больших v, то и необходимо, чтобы $b(x) \in L^\infty$.

4. Перейдем, наконец, к оператору h, $hu = g(u(x), x)$, где вещественная функция $g(u, x)$ непрерывна по u почти при каждом фиксированном $x \in B$ и измерима на B по x при каждом фиксированном $u \in (-\infty, \infty)$.

Теорема 2. *Пусть $M(u)$ удовлетворяет Δ_2-условию при $u \geqslant 0$. Тогда для слабой непрерывности оператора h из L^M в L^{M_1} необходимо и достаточно выполнения следующего условия:*

α) *Почти при всех $x \in B$ функция $g(u, x)$ имеет вид*

$$g(u, x) = a(x) + b(x)u \quad (-\infty < u < \infty),$$

где $a(x) \in L^{M_1}$, а $b(x)$ такова, что $f_c(\lambda | b(x)|) \in L_M$ при некоторых c и $\lambda > 0$.

Замечание 1. Если $\operatorname{mes} B < \infty$, то теорема 2 справедлива в предположении, что $M(u)$ удовлетворяет Δ_2-условию при $u \geqslant u_0 > 0$ и неравенству $M(u) < \infty$ при $u \in (0, \infty)$.

Достаточность условия α) для слабой непрерывности h из L^M в L^{M_1} следует из свойства 4° функции $f_c(v)$ и теоремы 1, ибо в условиях теоремы 2 мы имеем $M(d) = M(\infty) = \infty$.

Замечание 2. Доказательство достаточности не использует Δ_2-условия как такового, а использует лишь конечность функции $M(u)$. Если же в условии α) вместо суммируемости $f_c(\lambda | b(x)|)$ с функцией $M(u)$

требовать, чтобы $F_c(\lambda|b(x)|) \in L_{M_1}$, то при доказательстве достаточности можно отказаться и от конечности $M(u)$.

Для доказательства необходимости условия α) рассматриваются функция $G(u, x) = g(u, x) - g(0, x)$ и множество P тех $x \in B$, для которых $G(u, x) \neq G(1, x)u$, хотя бы при одном $u \in (-\infty, \infty)$.

Из предположения, что $\operatorname{mes} P > 0$, следует существование таких двух чисел $u' > 0$ и $u'' < 0$, что множество тех $x \in B$, для которых выполняется неравенство $u'G(u'', x) \neq u''G(u', x)$, имеет ненулевую меру. Из этого множества выделяется ограниченное замкнутое подмножество e ненулевой меры, на котором функции $G(u', x)$ и $G(u'', x)$ непрерывны и разность $u'G(u'', x) - u''G(u', x)$ сохраняет знак. Затем определенным образом строится такая последовательность функций $\{u_n(x)\}$ (каждая из которых обращается в нуль на множестве $B \setminus e$, а на множестве e почти всюду принимает лишь два значения: u' и u''), что $\int_D u_n(x)\,dx \to 0$ $(n \to \infty)$ для любого измеримого множества $D \subset B$. Отсюда следует, что для любой функции $v(x) \in L^N$, где $N(v)$ — функция Юнга, дополнительная к $M(u)$,

$$\lim_{n\to\infty} \int_B u_n(x)\, v(x)\, dx = 0.$$

А это означает, что последовательность $\{u_n(x)\}$ слабо сходится в L^M к $u_0(x) \equiv 0$, так как в условиях теоремы всякий линейный функционал в L^M имеет вид [2–4]

$$lu = \int_B u(x)\, v(x)\, dx,$$

где $v(x) \in L^N$. С другой стороны, из построения множества e и последовательности $\{u_n(x)\}$ следует, что $\lim_{n\to\infty} \int_e G(u_n(x), x)\, dx \neq 0$, т. е. что последовательность $\{hu_n\}$ не сходится слабо в L^{M_1} к hu_0. Следовательно, из слабой непрерывности оператора h из L^M в L^{M_1} вытекает, что $\operatorname{mes} P = 0$.

Для завершения доказательства остается применить теорему 1 и свойство 4° функции $f_c(v)$.

В случае, когда $L^M = L^p$, $L^{M_1} = L^{p_1}$ $(1 \leqslant p < \infty,\ 1 \leqslant p_1 \leqslant \infty)$, теорема 2 дает необходимое и достаточное условие слабой непрерывности оператора Немыцкого из L^p в L^{p_1}. При этом $a(x) \in L^{p_1}$; $b(x) \equiv 0$, если $p_1 > p$, и $b(x) \in L^r$, $r^{-1} = p_1^{-1} - p^{-1}$, если $p_1 \leqslant p$.

Автор выражает глубокую благодарность М. М. Вайнбергу за постановку вопроса и руководство.

Московский областной
педагогический институт

Поступило
21 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. М. Вайнберг, Вариационные методы исследования нелинейных операторов, 1956. [2] A. C. Zaanen, Koninkl. Nederl. Akad. Wetensch., Proc., **52**, № 5—6, 488 (1949) (Indagat. Math., **11**, № 3 (1949)). [3] A. C. Zaanen, Linear Analysis, Amsterdam, 1953. [4] W. Orlicz, Bull. Int. Acad. Pol. Sci. Lettr., sér. A, №№ 8—9, 207 (1932). [5] А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, 1939. [6] М. А. Красносельский, Я. Б. Рутицкий, Тр. семинара по функциональн. анализу Воронежск. гос. унив., в. 1 (1956). [7] W. Orlicz, Bull. Int. Acad. Pol., sér. A, №№ 3—4, 93 (1936).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МАТЕМАТИКА

В. А. ЯКУБОВИЧ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 27 V 1957)

1°. Условимся в следующих обозначениях. Будем обозначать прописными латинскими буквами матрицы, строчными — векторы, греческими — скалярные величины. Исключениями будут: t — время, n — порядок векторов и матриц; V — функция Ляпунова; $dV/dt = -W$ — ее производная. Все матрицы, векторы и числа предполагаются вещественными. Компоненты векторов будем располагать в виде столбца (обозначение a) или в виде строки (обозначение a^*). Тогда $a^*b = (a, b)$ — скалярное произведение; ab^* — матрица.

В книге А. И. Лурье [1] введены и изучены системы дифференциальных уравнений «непрямого автоматического регулирования с одним регулирующим органом»

$$\frac{dx}{dt} = Ax + a\cdot\varphi(\sigma), \quad \frac{d\sigma}{dt} = (b, x) - \rho\varphi(\sigma). \tag{1}$$

Здесь $\rho > 0$ — «коэффициент обратной связи»; $\varphi(\sigma)$ — «характеристика сервомотора» — предполагается непрерывной и удовлетворяющей условиям

$$\varphi(0) = 0, \qquad \sigma\varphi(\sigma) > 0 \quad \text{при } \sigma \neq 0. \tag{2}$$

Кроме того, будем считать, что характеристическое уравнение «разомкнутой системы» $\det(A - \lambda E) = 0$ имеет все корни с отрицательными действительными частями. Вслед за А. И. Лурье, мы будем решать здесь следующую задачу: требуется определить решение $x = 0$, $\sigma = 0$ системы (1), при котором тривиальное решение $x = 0$, $\sigma = 0$ системы (1) устойчиво в целом, т. е. оно устойчиво «в малом» по Ляпунову и, кроме того, любое решение $x \to 0$, $\sigma \to 0$ при $t \to \infty$.

Цель настоящей заметки,— изложить метод А. И. Лурье в инвариантной форме. Это позволит систему разрешающих уравнений записывать непосредственно по коэффициентам системы (1) *. Мы показываем здесь также, что некоторое дополнение к методу Лурье приводит к достаточным условиям, включающим все достаточные условия, которые могут быть получены при помощи указанной ниже функции Ляпунова вида (3)**.

Алгебраические выкладки, связанные с получением конкретных условий на коэффициенты в о б щ е м с л у ч а е для систем порядка $\geqslant 5$ ($n \geqslant 4$) чрезвычайно громоздки; тем не менее можно показать, что принципиально они всегда выполнимы.

2°. Будем искать для системы (1) функцию Ляпунова вида

$$V = (Hx, x) + \int_0^\sigma \varphi(\sigma)\, d\sigma, \quad H^* = H. \tag{3}$$

---

* См. по этому поводу замечание [1], стр. 91.

** Насколько известно автору, функции Ляпунова другого вида для рассматриваемого круга задач не применялись. Можно показать также, что наличие в правой части формулы (3) слагаемого вида $\sigma h^* x$ ничего нового не дает, так как мы получили бы, что $h = 0$.

Дифференцирование вдоль решений системы (1) дает

$$\dot{V} = -W = -(x^* Gx + 2g^* x + \gamma),$$

где $-G = A^*H + HA$, $-g = (Ha + {}^1/_2 b)\varphi$, $\gamma = \rho\varphi^2$.

Можно доказать, что обычное условие $V > 0$, $W > 0$ при $|\sigma| + \|x\| \neq 0$ гарантирует устойчивость в целом *. Для того чтобы $W > 0$ при $|\sigma| + \|x\| \neq 0$, необходимо и достаточно, чтобы ** $\gamma G - gg^* = {}^1/_4 \rho\varphi^2 G > 0$.

Мы приходим к квадратному неравенству для матрицы H

$$-\rho(A^*H + HA) - (Ha + {}^1/_2 b)(Ha + {}^1/_2 b)^* \equiv {}^1/_2 \rho G > 0. \qquad (4)$$

Легко показать ([3], стр. 430—431), что из неравенства (4) следует также $H > 0$, т. е. $V > 0$ при $\|x\| + |\sigma| \neq 0$. Поэтому для устойчивости в целом достаточно, чтобы уравнение (4) с какой-либо матрицей $G > 0$ допускало в качестве решения симметрическую матрицу H.

Определим линейный оператор $Y = \mathfrak{A}(X)$ формулой $A^*Y + YA = -X$ и положим $-u = Ha + {}^1/_2 b$. Мы получим

$$\rho H = \mathfrak{A}(uu^*) + {}^1/_2 \rho\, \mathfrak{A}(G), \qquad (5)$$

$$\mathfrak{A}(uu^*)\, a + \rho u + {}^1/_2 \rho (b + c) = 0, \qquad (6)$$

где $c = \mathfrak{A}(G)\, a$. Если квадратное векторное уравнение (6) имеет вещественное решение, то из формулы (5) найдем матрицу $H > 0$, удовлетворяющую неравенству (4). Уравнение (6) можно записать в виде

$$\begin{aligned} A^*U + UA &= -uu^*, && \text{(I)} \\ Ua + \rho u + {}^1/_2 \rho (b + c) &= 0, && \text{(II)} \end{aligned} \qquad (7)$$

где вектор c определяется из уравнений

$$\begin{aligned} A^*T + TA &= -G < 0, && \text{(I)} \\ c &= Ta. && \text{(II)} \end{aligned} \qquad (8)$$

Мы приходим к теореме:

Теорема 1. *Если для некоторого вектора c, определяемого формулами* (8), *где $G > 0$ — какая-либо положительно-определенная симметрическая матрица, «разрешающее уравнение»* (6) (*или уравнение* (7), (II)) *имеет вещественное решение u, то тривиальное решение системы* (1) *устойчиво в целом.*

Можно показать, что все выкладки, связанные с проверкой условий теоремы, можно провести в конечное число шагов.

Можно положить в уравнениях (6) и (7) $c = 0$ и потребовать разрешимость этих уравнений не только для заданного вектора b, но и для всех векторов b, достаточно близких к заданному. Это соответствует выбору $G = \varepsilon E$, где $\varepsilon > 0$ — достаточно малое число.

Мы получим разрешающие уравнения А. И. Лурье, если предположим, что матрица A приводится к диагональному виду, возьмем соответствующий базис и положим $c = 0$.

---

* Это можно просто доказать при некоторых дополнительных естественных предположениях на функцию $\varphi(\sigma)$, которые, по-видимому, подразумевались в ([1]). Если $\int_0^{\pm\infty} \varphi(\sigma)\, d\sigma = \infty$, это следует из ([2]). Отметим, что для того, чтобы не исключать встречающийся в приложениях случай, когда $\varphi'(\sigma) = \infty$ в некоторых точках, мы не требуем единственности решения системы (1). Кроме того, устойчивость в целом предполагает продолжимость всех решений при $t \to \infty$, которая при указанных в тексте условиях доказывается.

** Мы пишем $G > 0$, если $(Gz, z) > 0$ при $z \neq 0$.

Легко вывести, как и в [1], что условие $\Gamma^2 = \rho + (b, A^{-1}a) > 0$ является необходимым условием того, чтобы система (7) имела вещественные решения. Можно показать также, что для соответствующей линейной системы при $\varphi(\sigma) = \mu\sigma$ разложение корня характеристического уравнения, обращающегося в нуль при $\mu = 0$, имеет вид $\lambda_0 = -\mu\Gamma^2\,(1+\ldots)$, т. е. условие $\Gamma^2 > 0$ является также необходимым условием устойчивости в целом.

Из уравнений (7) легко получить соотношение* $(u, A^{-1}a) = \rho \pm \sqrt{\rho}\Gamma$, используя которое можно понизить порядок разрешающей системы уравнений на единицу.

Теорема 2. *Пусть в системе* (1) $Aa = -\alpha a$, $\alpha > 0$. *Для того чтобы тривиальное решение системы* (1) *было устойчиво в целом для любой непрерывной функции* $\varphi(\sigma)$, *удовлетворяющей условиям* (2), *необходимо и достаточно, чтобы*

$$\Gamma^2 = \rho - \frac{1}{\alpha}(b,\ a) > 0.$$

В этом случае квадратное уравнение (6) может быть решено в явном виде, одно из решений будет:

$$u = -\frac{1}{2}\left[A^* - \frac{\alpha\Gamma}{\sqrt{\rho}}E\right]^{-1}(A^* - \alpha E)(b + c).$$

В скалярном случае $n = 1$ уравнение (6) превращается в обычное квадратное уравнение; этот случай является также частным случаем теоремы 2. Случай $n = 1$ разобран несколько иначе в ([4, 5]), где рассматривались также нелинейные системы другого вида.

Пусть $n = 2$. Предположим, что $Aa \neq -\alpha a$, т. е. что векторы $a_0 = a$ и $a_1 = A^{-1}a$ линейно независимы. Делая в (1) замену $x = Sx_1$, $S = \| a_0 | a_1 \|$, т. е. переходя к базису a_0, a_1, мы придем к системе того же вида, где

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha_0 & 1 \\ -\alpha_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_0 > 0, \quad \alpha_1 > 0. \tag{9}$$

Проводя весьма простые в данном случае выкладки для $c = 0$, получим:

Теорема 3. *Для того чтобы тривиальное решение системы* (1), *где* A, a, b *имеют вид* (9), *было устойчиво в целом, достаточно, чтобы*

$$\Gamma^2 = \rho + \beta_1 > 0, \quad \alpha_0(\rho\alpha_0 - \beta_0) > \alpha_1(\sqrt{\rho} - \Gamma)^2. \tag{10}$$

Элементы η_0 и η_1 вектора c в этом случае удовлетворяют неравенствам $-\frac{\alpha_0}{\alpha_1}\eta_0 < \eta_1 < 0$. Рассмотрение уравнения (6) с вектором $c \neq 0$ ничего нового не дает. Поэтому условия (10) включают в себя все достаточные условия, которые могут быть получены посредством функции Ляпунова вида (3) **.

3°. Почти без изменений может быть рассмотрен случай, когда характеристическое уравнение разомкнутой системы имеет один нулевой корень. Разрешающие уравнения (7) остаются теми же. Их число можно понизить на единицу.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
21 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. И. Лурье, Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования, 1951. [2] Е. В. Барбашин, Н. Н. Красовский, ДАН, **76**, № 3 (1952). [3] Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, 1954. [4] Н. П. Еругин, Прикладн. матем. и мех., **16**, в. 4 (1952). [5] И. Г. Малкин, Прикладн. матем. и мех., **16**, в. 3 (1952).

* Аналогичное соотношению (5.2) в [1].

** В частности, они либо совпадают, либо шире соответствующих условий в [1]. Автору неизвестно, являются ли условия (10) необходимыми для устойчивости в целом. Можно показать, что для устойчивости линейной системы при $\varphi(\sigma) = \mu\sigma$ для всех $\mu > 0$ необходимо и достаточно выполнение либо условий (10), либо условий $\Gamma^2 > 0$, $\rho\alpha_0 - \beta_0 > 0$, $\beta_1 \leqslant 0$. Таким образом, при $\beta_1 > 0$ условия (10) являются также необходимыми.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МЕХАНИКА

Академик АН УССР А. Ю. ИШЛИНСКИЙ

ПРИМЕР БИФУРКАЦИИ, НЕ ПРИВОДЯЩЕЙ К ПОЯВЛЕНИЮ НЕУСТОЙЧИВЫХ ФОРМ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ

Существование одной или нескольких форм равновесия или стационарного движения механической системы, как правило, определяется конкретным значением некоторого параметра, существенно определяющего состояние системы. Таким параметром, например, в случае сжатия эйлеровой стойки (см. рис. 1*а*) является величина сжимающей силы P, а в случае плоского маятника, ось шарнира которого вращается в горизонтальной плоскости (см. рис. 1*б*), существенным параметром является значение угловой скорости вращения шарнира вокруг вертикальной оси ω.

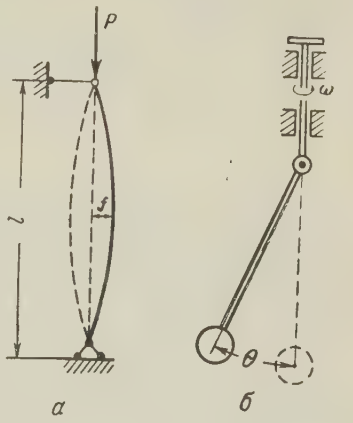


Рис. 1

Некоторому интервалу параметров может соответствовать единственная (основная) форма равновесия или стационарного движения. Например, прямолинейной форме эйлеровой стойки, как единственной форме равновесия, соответствует значение сжимающей силы P, находящееся в интервале

$$0 \leqslant P \leqslant P_e = \pi^2 EI / l^2. \qquad (1)$$

В случае же маятника стационарная форма движения, при которой центр тяжести маятника остается неподвижным, будет иметь место, если

$$0 \leqslant \omega^2 \leqslant \omega_{кр}^2 = mga/(A - C), \qquad (2)$$

где A — момент инерции маятника вокруг оси шарнира; C — момент инерции относительно прямой, перпендикулярной оси шарнира и проходящей через центр тяжести (линия маятника); m — масса маятника; a — расстояние между центром тяжести и осью шарнира.

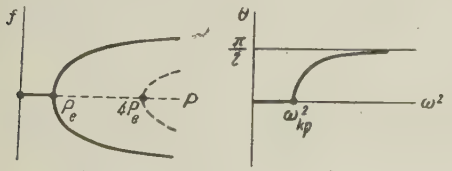


Рис. 2

Другим интервалам существенного параметра могут соответствовать, наряду с основной формой равновесия или стационарного движения, также и другие формы.

Для эйлеровой стойки при

$$P_e < P \leqslant 4P_e \qquad (3)$$

существует три формы равновесия: прямолинейная (основная) и две криволинейные, зеркально отображающие друг друга (рис. 1*а* и 2*а*).

В случае вращающегося маятника, если

$$\omega > \omega_{кр} = \sqrt{mga/(A - C)}, \qquad (4)$$

то, наряду с основной формой (центр тяжести неподвижен и занимает наинизшее положение), возможна стационарная форма движения, при которой

центр тяжести совершает коническое движение. При этом линия маятника отклоняется от вертикали на угол θ, определяемый соотношением *

$$\cos\theta = \frac{mga}{(A-C)\omega^2}. \qquad (5)$$

Значения параметра, лежащие на границе существования одной или нескольких форм, называются, как известно, б и ф у р к а ц и о н н ы м и.

В ряде случаев, в частности, в приведенных выше примерах, новые формы равновесия стационарного движения развиваются из основной формы так, что малому отличию значения существенного параметра от его бифуркационного значения соответствует малое отклонение новых форм от исходной формы **. Происходит как бы разветвление основной формы на несколько форм равновесия или стационарного движения (рис. 2*а* и 2*б*).

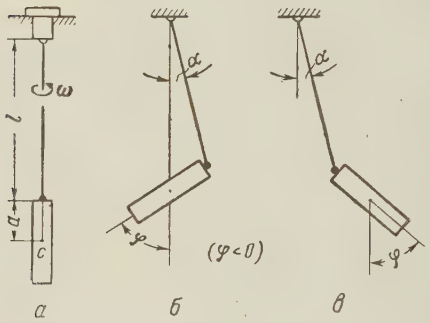


Рис. 3

Во всех случаях, известных автору настоящей статьи, вновь появляющиеся формы (по крайней мере одна из них) являются устойчивыми, в то время как основная форма равновесия или стационарного движения перестает быть устойчивой.

Ниже приводится пример, когда основная форма вместе с вновь появившимися формами стационарного движения остаются устойчивыми при любых значениях существенного параметра. Пример этот обнаружен в результате интересных экспериментов С. В. Малашенко по устойчивости вращения продолговатого осесимметрического твердого тела, подвешенного на струне (см. рис. 3*а*). При некотором вполне определенном значении угловой скорости основная (вертикальная) форма стационарного вращения тела переставала быть устойчивой. Устойчивой формой стационарного движения становилась форма, изображенная на рис. 3*б*, причем угол α, как и следовало ожидать, увеличивался по мере возрастания угловой скорости. Однако при сравнительно небольшом превышении значения угловой скорости над ее бифуркационным значением основная форма стационарного движения (струна вертикальна) вновь становится устойчивой.

При проведении экспериментов в вакууме получилось то же самое.

Однако при особо тщательной балансировке подвешенного цилиндрического тела, в частности, при подвесе тела на капроновой нити и медленном изменении скорости его вращения, можно было наблюдать основную форму при всех значениях угловой скорости.

Более поздние, тщательно проведенные опыты обнаружили в области меньших скоростей аналогичное явление. Как нетрудно было и предвидеть, новая форма динамического равновесия оказалась формой, изображенной на рис. 3*в*.

Изложенное показывает, что здесь имеет место разветвление (бифуркация) форм динамического равновесия, однако без потери устойчивости основной формы ***.

Если считать нить абсолютно гибкой, а сопротивление вращению от-

---

* Кроме того, всегда существует при любом значении угловой скорости ω неустойчивая форма стационарного движения маятника, определяемая углом $\theta = \pi$. Эта форма является изолированной и в дальнейшем не рассматривается.

** В других случаях (хорошо известных в теории нелинейных колебаний) новые формы могут резко отличаться от основной, и непрерывный переход одной формы в другую оказывается невозможным (1).

*** Тем самым подвергается серьезным сомнениям возможность чисто гидродинамической трактовки потери устойчивости основной формы вращения твердого тела, подвешенного на струне, при наличии внутри тела полости, целиком наполненной жидкостью.

сутствующим, то подсчет бифуркационных значений угловой скорости приводит к рассмотрению уравнений

$$Ml^2 \sin\alpha\cos\alpha\,\omega^2 - Mal\cos\alpha\sin\varphi\,\omega^2 = Mgl\sin\alpha,$$

$$Ma^2\omega^2\sin\varphi\cos\varphi - Mal\omega^2\sin\alpha\cos\varphi + A\omega^2\sin\varphi\cos\varphi -$$

$$- C\omega^2\cos\varphi\sin\varphi = Mga\sin\varphi \qquad (6)$$

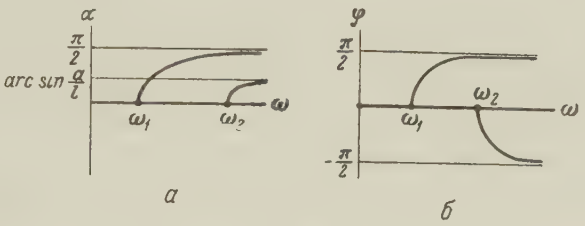
относительно углов α и φ, определяющих форму стационарного движения.

Чтобы найти бифуркационные значения угловой скорости ω, следует в уравнениях (6) положить α и φ малыми и сохранить в них члены первого порядка малости относительно этих величин. Получим

$$(Ml^2\omega^2 - Mgl)\,\alpha - Mal\,\omega^2\varphi = 0,$$

$$- Mal\omega^2\alpha + [(A + Ma^2 - C)\,\omega^2 - Mga]\,\varphi = 0. \qquad (7)$$

При значении угловой скорости, равном угловой скорости бифуркации, эти уравнения должны допускать решение, отличное от тривиального



а *б*

Рис. 4

$\alpha = 0$, $\varphi = 0$. При этом должен быть равен нулю детерминант системы (7). В результате приходим к уравнению относительно неизвестной ω^2

$$\omega^4 - \frac{g}{l}\left[l + \frac{Ma\,(l+a)}{A-C}\right]\omega^2 + \frac{Mga}{A-C}\,\frac{g}{l} = 0. \qquad (8)$$

Для продолговатого тела $A > C$. В этом случае два существенно отличных корня этого уравнения как раз и представляют собой бифуркационные значения угловой скорости. Сравнение расчетных числовых значений угловой скорости бифуркации с экспериментальными показало их согласие.

Исходные уравнения (6) позволяют найти углы α и φ как функции угловой скорости ω. Примерный график этих функций изображен на рис. 4*а* и 4*б*. Экспериментально замеренные величины углов α и φ также оказались в согласии с этими графиками.

Если тело таково, что $A < C$, то форма стационарного вращения, соответствующая рис. 3*б*, становится невозможной. Соответственно уравнение (8) имеет в этом случае один действительный положительный корень.

Строгое доказательство устойчивости основной формы стационарного вращения твердого тела, подвешенного на струне, методом Ляпунова — Чатаева было дано Е. П. Морозовой ([2]). Исследованию теми же методами устойчивости форм стационнарного движения, появляющихся при разветвлении основной формы, посвящена статья М. Е. Темченко ([3]).

Институт математики
Академии наук СССР

Поступило
17 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. В. Булгаков, Колебания, М., 1954. [2] Е. П. Морозов, Прикладн. матем. и мех., **20**, в. 5 (1956). [3] М. Е. Темченко, ДАН, **117**, № 1 (1957).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МЕХАНИКА

М. Е. ТЕМЧЕНКО

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОГО ИЗ ПОЛОЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 28 V 1957)

В работе ([1]) было показано, что осесимметричное твердое тело, подвешенное на абсолютно гибкой безынерционной струне и вращающееся с постоянной угловой скоростью ω, имеет, кроме стационарного движения, при котором ось симметрии вращающегося тела вертикальна, еще и стационарные движения, при которых ось динамической симметрии тела наклонна к вертикали. В ([2]) на основании теоретических исследований было показано, что вертикальное положение динамического равновесия такого тела устойчиво при любых параметрах, характеризующих его движение.

Ниже приводится теоретическое исследование устойчивости одного из упомянутых выше стационарных движений твердого тела, при котором ось динамической симметрии тела наклонна к вертикали.

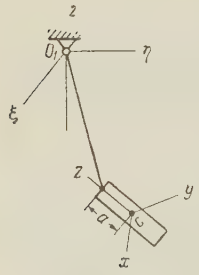


Рис. 1

1°. Введем в рассмотрение неподвижную систему координат $\xi\eta\zeta$, начало которой поместим в точке O_1 (рис. 1). Ось ζ этой системы направим вертикально вверх, а оси ξ и η расположим в горизонтальной плоскости. В центре тяжести тела — точке C расположим начало системы координат xyz, неизменно связанной с телом, ось z которой направим по оси его динамической симметрии, а оси x и y расположим в плоскости, перпендикулярной оси z.

Уравнения движения исследуемого тела выведем в форме уравнений Лагранжа второго рода. В качестве обобщенных координат выберем углы α, β, φ, ψ и θ.

Углы α и β характеризуют положение струны в пространстве, причем угол α характеризует отклонение струны от вертикали, а угол β является углом, который образует проекция струны на горизонтальную плоскость с положительным направлением оси η.

Углы φ, ψ и θ характеризуют положение твердого тела в пространстве: углом φ определяется отклонение оси собственного вращения тела от вертикали; углом ψ — угол между проекцией оси собственного вращения тела на горизонтальную плоскость и положительным направлением оси η и, наконец, углом θ — угол собственного вращения тела.

Уравнения движения в рассматриваемом случае можно представить в виде

$$M\left[-l\cos\alpha\sin\beta\frac{d^2\xi_c}{dt^2}+l\cos\alpha\cos\beta\frac{d^2\eta_c}{dt^2}+l\sin\alpha\frac{d^2\zeta_c}{dt^2}\right]=-Mgl\sin\alpha,$$

$$M\left[-l\sin\alpha\cos\beta\frac{d^2\xi_c}{dt^2}-l\sin\alpha\sin\beta\frac{d^2\eta_c}{dt^2}\right]=0,$$

$$M\left[-a\cos\varphi\sin\psi\frac{d^2\xi_c}{dt^2}+a\cos\varphi\cos\psi\frac{d^2\eta_c}{dt^2}+a\sin\varphi\frac{d^2\zeta_c}{dt^2}\right]+$$
$$+A\frac{d^2\varphi}{dt^2}-A\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\sin\varphi\cos\varphi+C\left(\frac{d\theta}{dt}+\frac{d\psi}{dt}\cos\varphi\right)\frac{d\psi}{dt}\sin\varphi=-Mga\sin\varphi,$$
$$M\left[-a\sin\varphi\cos\psi\frac{d^2\xi_c}{dt^2}-a\sin\varphi\sin\psi\frac{d^2\eta_c}{dt^2}\right]+A\frac{d}{dt}\left(\frac{d\psi}{dt}\sin^2\varphi\right)+ \qquad (1)$$
$$+C\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\theta}{dt}+\frac{d\psi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi\right]=0,$$
$$C\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}+\frac{d\psi}{dt}\cos\varphi\right)=0.$$

Здесь M — масса исследуемого тела; g — ускорение силы тяжести; A и C — соответственно экваториальный и осевой моменты инерции тела; l — длина струны; a — расстояние от центра тяжести тела до точки крепления его со струной (рис. 1); ξ_c, η_c, ζ_c — координаты его центра тяжести по отношению к системе координат $\xi\eta\zeta$.

2°. Нетрудно видеть, что уравнения движения (1) допускают частное решение

$$\alpha=\alpha_0=\text{const},\quad \varphi=\varphi_0=\text{const},\quad \beta=\beta_0+\omega t,$$
$$\psi=\psi_0+\omega t,\quad \theta=\theta_0=\text{const}. \qquad (2)$$

Заметим при этом, что решение (2) определяется однозначно, если принять следующие пределы возможных значений углов α_0, β_0, φ_0 и ψ_0:

$$0\leqslant\alpha_0\leqslant\frac{\pi}{2},\quad 0\leqslant\varphi_0\leqslant\frac{\pi}{2},\quad 0\leqslant\beta_0\leqslant 2\pi,\quad 0\leqslant\psi_0\leqslant 2\pi. \qquad (3)$$

В силу уравнений (1) между постоянными α_0, φ_0, β_0 и ψ_0 имеют место либо соотношения

$$\beta_0=\psi_0,$$
$$-Ml^2\sin\alpha_0\cos\alpha_0\omega^2-Mal\cos\alpha_0\sin\varphi_0\omega^2=-Mgl\sin\alpha_0,$$
$$-Ma^2\omega^2\sin\varphi_0\cos\varphi_0-Mal\omega^2\sin\alpha_0\cos\varphi_0-A\omega^2\sin\varphi_0\cos\varphi_0+ \qquad (4)$$
$$+C\omega^2\cos\varphi_0\sin\varphi_0=-Mga\sin\varphi_0,$$

либо

$$\beta_0=\psi_0+\pi,$$
$$Ml^2\sin\alpha_0\cos\alpha_0\omega^2-Mal\omega^2\cos\alpha_0\sin\varphi_0=Mgl\sin\alpha_0, \qquad (5)$$
$$-Ma^2\sin\varphi_0\cos\varphi_0\omega^2+Mal\sin\alpha_0\cos\varphi_0\omega^2-A\omega^2\sin\varphi_0\cos\varphi_0+C\omega^2\cos\varphi_0\sin\varphi_0=$$
$$=-Mga\sin\varphi_0.$$

В дальнейшем ограничимся такими решениями (2), при которых

$$0<\alpha_0<\frac{\pi}{2},\quad 0<\varphi_0<\frac{\pi}{2}. \qquad (6)$$

Решению (2) при выполнении соотношений (4) соответствует следующее движение механической системы: подвешенное на струне твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси ζ. Угол между направлением струны и вертикалью равен α, в то время как угол между осью собственного вращения тела и вертикалью φ. Проекции струны и оси собственного вращения тела на горизонтальную плоскость образуют с положительным направлением оси η соответственно углы β и ψ. Вследствие выполнения первого равенства (4) вертикальная ось ζ, струна l и ось динамической симметрии тела лежат в одной плоскости.

Схематическое изображение рассмотренного положения динамического равновесия тела представлено в [1] на рис. 3 *в*.

Решению (2) при выполнении соотношений (5) соответствует движение твердого тела с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси ζ. Струна l и ось симметрии тела образуют с вертикалью соответственно

углы α, φ. Вследствие того, что, согласно первому равенству (5), $\beta_0 - \psi_0 = \pi$ струна l, ось собственного вращения тела и вертикаль также лежат в одной плоскости.

Схематическое изображение рассмотренного здесь положения динамического равновесия представлено в ([1]) на рис. 3 *б*.

3°. Решение (2) примем за невозмущенное и исследуем его устойчивость по отношению к части переменных, именно по отношению к переменным $\alpha, \beta, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$ при условии, что между углами $\alpha_0, \beta_0, \varphi_0$ и ψ_0 имеет место зависимость (4). При этом будем иметь в виду, что по отношению к переменным β и ψ, как это следует из решения (2), движение исследуемого тела будет неустойчивым.

Исследование устойчивости в данном случае будем проводить при помощи второго метода Ляпунова ([3]). В. В. Румянцевым * было показано ([4]), что теоремы Ляпунова, лежащие в основе его второго метода исследования устойчивости, при некотором изменении формулировок справедливы и для случая устойчивости по отношению к части переменных.

Так, например, в первой теореме Ляпунова об устойчивости движения ([3], стр. 59) под функцией V следует понимать знакоопределенную функцию по отношению к части переменных. Если, например, знакопостоянная функция $V(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ не зависит явно от времени t, а постоянная H может быть выбрана достаточно малой для того, чтобы при условиях ([4])

$$t \geqslant t_0, \quad \sum_{s=1}^{k} x_s^2 < H, \; x_{k+1}, \ldots, x_n \text{ произвольны} \tag{7}$$

функция $V(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ обращалась в нуль лишь тогда, когда переменные x_s $(s=1,2,\ldots, k; k < n)$ суть все нули, то такую функцию будем называть знакоопределенной по отношению к переменным $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ([4]). Эта теорема и используется при доказательстве устойчивости рассматриваемого стационарного движения.

Функцию Ляпунова V будем строить в данном случае по методу Н. Г. Четаева ([5]) в виде линейной связки двух первых интегралов возмущенного движения: интеграла энергии V_1 и интеграла площадей V_2, именно

$$V = V_1 - \omega V_2, \tag{8}$$

где ω — постоянная.

Не представляет труда показать, что функция V полностью удовлетворяет всем условиям теоремы, изложенной в ([4]), об устойчивости движения механической системы по отношению к части переменных.

Таким образом, в рассматриваемом случае имеет место безусловная устойчивость рассматриваемого стационарного движения тела по отношению к переменным $\alpha, \varphi, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}$ и $\dot{\theta}$. По отношению же к переменным β и ψ, как упоминалось выше, движение неустойчиво.

Институт математики
Академии наук УССР

Поступило
17 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Ю. Ишлинский, ДАН, 117, № 1 (1957). [2] Е. П. Морозова, Прикладн. матем. и мех., 20, в. 5 (1956). [3] А. М. Ляпунов, Общая задача устойчивости движения, М.—Л., 1950. [4] В. В. Румянцев, Институт механики АН СССР, Отчет по теме Вопросы оценок в некоторых механических задачах об устойчивости движения, 1954. [5] Н. Г. Четаев, Устойчивость движения, 1946.

* Автор выражает глубокую благодарность В. В. Румянцеву за ценные указания, которые были им сделаны при написании данной работы.

Доклады Академии наук СССР
1957 Том 117, № 1

ФИЗИКА

Е. П. ГРИГОРЬЕВ, член-корреспондент АН СССР Б. С. ДЖЕЛЕПОВ,
. В. ЗОЛОТАВИН, Б. КРАЦИК, Б. К. ПРЕОБРАЖЕНСКИЙ и И. С. ЯНЧЕВСКАЯ

КОНВЕРСИОННЫЙ СПЕКТР Ho^{160}

В настоящей работе изучался конверсионный спектр, возникающий ри радиоактивном превращении $Er \xrightarrow{160} Ho \xrightarrow{160} Dy^{160}$. Исследования спектра роводились с помощью спектрометра с двойной фокусировкой (1), настроенного, в основном, на работу с приборной полушириной линий 0,5%. начительная часть измерений была проведена с относительной полушириной линий 0,3%, для чего, по предложению автора статьи (1), источник приемная щель в спектрометре брались несколько у́же, чем обычно.

Конверсионный спектр, как уже указывалось в (2), оказывается одинаовым в обеих фракциях: Er^{160} не дает конверсионных электронов, все лектроны принадлежат Ho^{160}. Результаты исследований конверсионного пектра, сопровождающего распад обеих фракций, приведены в табл. 1.

Экспериментальные данные о переходах 215; 310; 364; 394 кэв и жестких, начиная с 1048 кэв, получены только в двух сериях измерений с одним эрбиевым источником и с полушириной линий 0,5% с полушириной линий 0,3%. Исследование остальных линий было проведено с несколькими рбиевыми и холмиевыми источниками. Интенсивность всех наблюденных линий спадала с периодом, соответствующим периоду полураспада исследуемой фракции: 29 час. для эрбиевой фракции и 5 час. для холмиевой. азность энергий K—L для всех измеренных переходов равна разности нергий связи на соответствующих оболочках Dy.

Погрешность в определении энергии линий составляет 0,1—0,3% в зависимости от их интенсивности. Статистическая погрешность в определении относительных интенсивностей также определяется скоростью счета а линиях и составляет несколько процентов для наиболее сильных из них.

Общий вид конверсионного спектра, в основном, совпадает с приведенным (2), однако удалось выяснить ряд новых фактов, позволивших построить хему распада Ho^{160}.

1. Наблюдались $L_I + L_{II}$, L_{III}, M и N линии перехода 60 кэв, который роисходит в Ho^{160} (2,3). Они изображены на рис. 1. Разложение на компоненты позволяет определить относительные интенсивности линий $_I : L_{II} : L_{III} : M : N = 0{,}1 : 1{,}0 : 1{,}0 : 0{,}47 : 0{,}1$.

В табл. 2 приведены теоретические значения этого отношения для разных мультиполей (использованы значения α_L Роуза, интерполированные граничной (4); для $\alpha_{L_{III}}$, E 3 учтена поправка Андерсона и Бергстрома (5)).

Экспериментальные данные ближе всего к E 2 или E 3. Если рассматриваемые уровни Ho^{160} суть изомерные уровни, предсказанные Пекером (6) со спинами 5+ и 2+, то тип перехода должен быть $E4 + M3$; однако никакой смесью этих мультиполей нельзя объяснить экспериментальное значение $L_{II} : L_{III}$.

2. Определенное нами отношение $L_I : L_{II} : L_{III} = 0{,}2 : 1{,}1 : 1{,}0$ для перехода 86,4 кэв подтверждает, что мультипольность его E 2 (теоретическое отношение для $E2$ $L_I : L_{II} : L_{III} = 0{,}19 : 1{,}1 : 1{,}0$).

3. Линия $E_e = 99{,}3$ кэв, наблюдавшаяся в работе (2), идентифицирована нами как L-линия перехода 107 кэв; найдена K-конверсионная линия этого перехода.

4. Линия конверсии перехода 298 кэв на K-оболочке представляет со бой тесный дублет с $\Delta E \approx 1$ кэв.

5. Обнаружены K-конверсионные линии переходов 310; 364; 394 кэ K- и L-линии перехода 407 кэв, найдена L-линия перехода 514,5 кэв.

Линии внутренней конверсии Ho^{160} Таблица 1

№	E_e, кэв	Индентификация	$h\nu$, кэв	I/I_0	№	E_e, кэв	Индентификация	$h\nu$, кэв	I/I_0
1	51,2	$L_I + L_{II}$	60,1	1150	31	638,4	L	647,1	0,85
2	52,05	L_{III}	60,1	1050	32	647,0	M	648,3	0,26
3	57,9	M	60	480	33	675,9	K	729,7	6,9
4	59,2	N	59,6	110	34	720,5	L	729,6	1,1
5	33,0	K	86,8	814	35	729,4	$M+N$	730,7	0,32
6	76,3	$L_I + L_{II}$	86,2	790	36	700,9	K	754,7	0,6
7	78,4	L_{III}	86,2	610	37	713	K	766,7	0,8
8	84,5	M	86,3	400	38	819,4	K	873,2	0,92
9	86,1	N	86,5	100	39	863,8	L	872,9	0,1
10	53,9	K	107,7	10	40	826,0	K	879,8	2,6
11	99,3	L	107,2	28	41	871,0	L	880,0	0,4
12	142,2	K	196,2	100	42	879,6	M	880,3	0,15
13	189,7	L	197	37	43	909,6	K	963,4	2,1
14	195,6	M	197	8,4	44	912,9	K	966,6	1,8
15	161,0	K	214,8	0,3	45	960,1	L	968,0	0,72
16	243,4	K	297,2	3,0	46	994	K	1048	0,11
17	244,6	K	298,4		47	1040	L	1048	0,03
18	290,7	L	298,5	0,9	48	1015	K	1069	0,24
19	297,0	M	298,3	0,26	49	1061	L	1069	0,048
20	256	K	310	0,16	50	1079	K	1133	0,085
21	301	K	365	0,22	51	1126	K	1180	0,066
22	339	K	393	0,09	52	1147	K	1201	0,07
23	353	K	407	0,4	53	1210	K	1264	0,077
24	399	L	407	0,06	54	1219	K	1273	0,082
25	460,6	K	514,4	0,75	55	1231	K	1285	0,035
26	506,1	L	514,8	0,08	56	1323	K	1377	0,070
27	485	K	538,9	2,25	57	1381	K	1435	0,045
28	531,1	L	540,0	0,42	58	1427	L	1435	0,034
29	539,4	M	540,6	0,15	59	1665	K	1719	0,023
30	593,8	K	647,6	5,25					—

6. В промежутке между сильными K- и L-конверсионными линиями перехода 730 кэв обнаружены K-линии переходов 755 и 767 кэв.

7. Конверсионные линии, отвечающие переходам 880 и 967 кэв, оказались двойными с разностью энергий ΔE равной 7 и 3 кэв (рис. 2).

Таблица 2

Теоретические значения отношений $L_I : L_{II} : L_{III}$

	$L_I : L_{II} : L_{III}$		$L_I : L_{II} : L_{III}$
$E1$	2,3 : 0,86 : 1	$M1$	107 : 7,1 · 1
$E2$	0,09 : 1,2 : 1	$M2$	3,0 : 0,30 : 1
$E3$	0,01 : 1,2 : 1	$M3$	0,58 : 0,08 : 1
$E4$	0,17 : 0,68 : 1	$M4$	0,8 : 0,12 : 1
$E5$	0,008 : 0,45 · 1	$M5$	0,04 : 0,007 : 1
Экспериментальное значение			1,0 : 1,0 : 1,0

8. В жесткой области конверсионного спектра найдены 14 линий 1 различных переходов. Приведенны в этой работе данные, а также дан ные по распаду $Tb^{160}(^{7-12})$ могут слу жит основанием для построения схе мы распада Tb^{160} и Ho^{160}.

На рис. 3 изображена такая схема. В последовательности уровней Dy^{160} намечаются две ротационные полосы $K = 0, E^* = 0$ кэв (0+) 86,4 кэв (2+), 283 кэв (4+) 580 кэв (6+), $k = 2$, $E^* = 966$ кэв (2+), 1050 кэв (3+), 1157 кэв (4+) Проявляется сильно заселенный уровень 1697 кэв, переходы с которого идут на уровни 2-й ротационной полосы *.

* Разработка этой схемы произведена с участием Л. К. Пекера.

Рис. 1. Конверсия на *L*-, *M*- и *N*-оболочках перехода 60 кэв. Пунктиром показано разложение *L*-линии на составляющие. Конверсия перехода 86,4 кэв имеет подобный вид

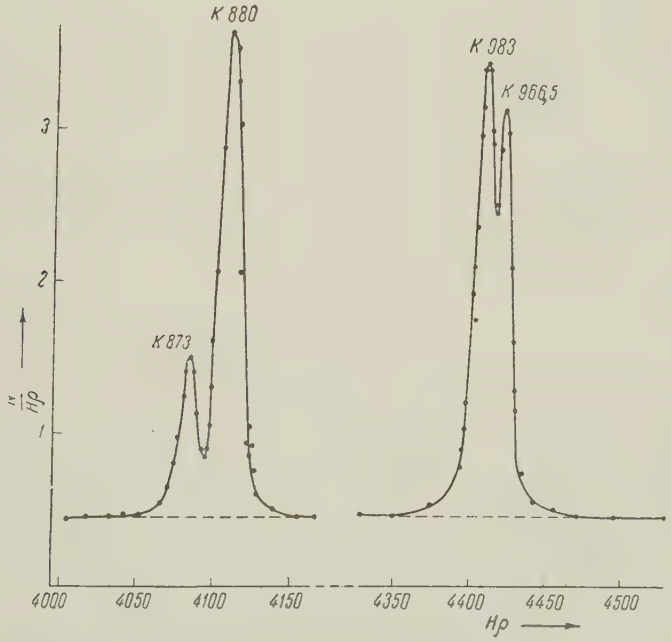


Рис. 2. *K*-конверсионные линии: дублеты 873—880 и 963—967 кэв. Полуширина линий 0,3%

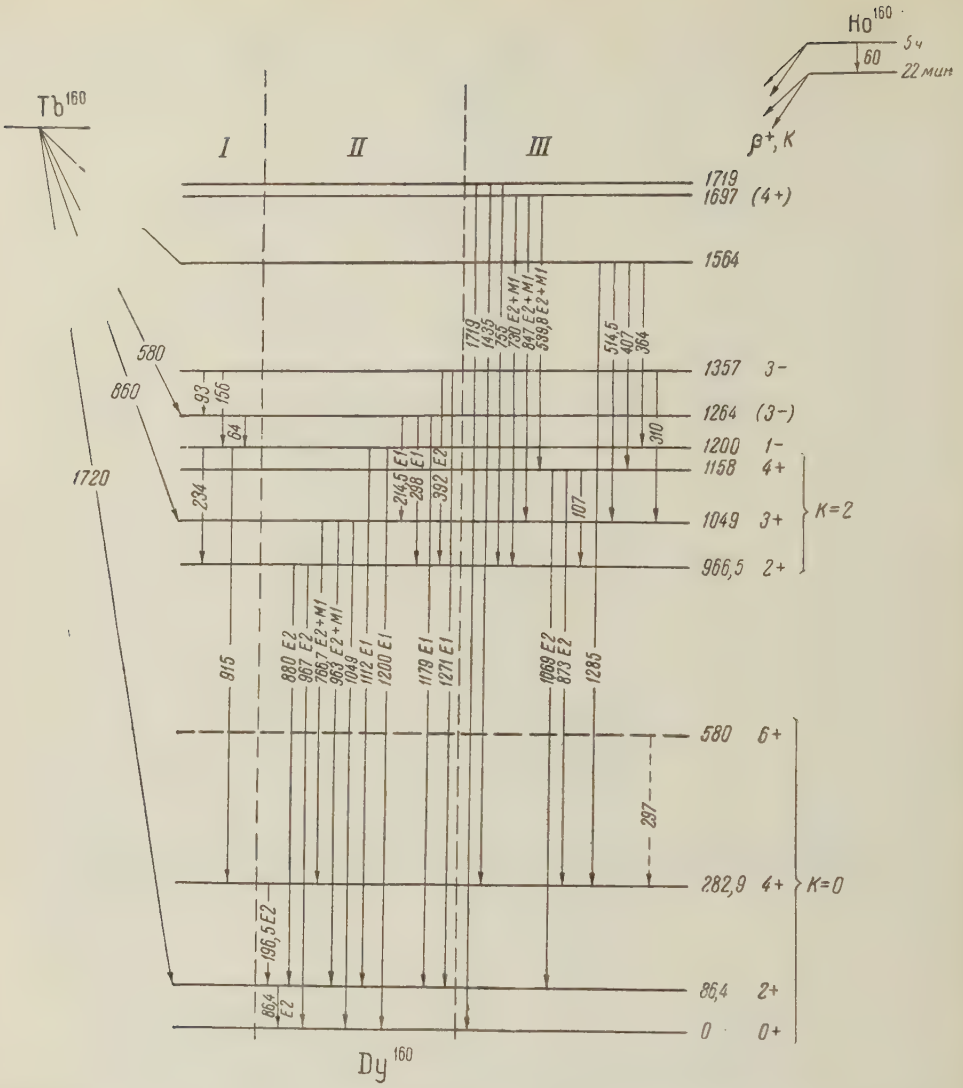


Рис. 3. Схема возбужденных уровней Dy^{160}. В области I наблюдались линии только в Tb^{160} в области II — в Tb^{160} и Ho^{160} и в III — только в Ho^{160}

Физический институт
Ленинградского государственного университета
им. А. А. Жданова

Поступило
13 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. В. Золотавин, Изв. АН СССР, сер. физ., **18**, № 1 (1954), [2] Б. С. Джелепов, Б. А. Преображенский, И. М. Рогачев, П. А. Тишкин, Изв. АН СССР, сер. физ., **21**, № 7 (1957). [3] G. Seaborg, H. Nervik, Phys. Rev., 97, 1092 (1955). [4] Г. Драницына, Коэффициенты внутренней конверсии на $L_I L_{II} L_{III}$ подоболочках, Изд. АН СССР, 1957. [5] G. Andersson, I. Bergström, Nucl. Phys., **3**, 541 (1957). [6] Л. К. Пекер, Изв. АН СССР, сер. физ., **21**, № 7 (1957). [7] F. McGowan, Phys. Rev., **85**, 142 (1952). [8] S. Burson, W. Jordan, J. Le Blanc, Phys. Rev., **94**, 103 (1954). [9] V. Keshishian, H. Kruse, R. Klots, C. Fowler, Phys. Rev., **96**, 1050 (1954). [10] G. Bertolini, M. Bettoni, E. Lazzarini, Nuovo Cim., **3**, 754, 1172 (1956). [11] M. A. Clark, J. W. Knowles, Bull. Am. Phys. Soc., **2**, 231 (1957). [12] М. П. Авотина, Е. П. Григорьев, А. В. Золотавин, Б. Крацик, ДАН, (в печати).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИКА

И. А. КАРПОВИЧ и А. Т. ВАРТАНЯН

К ВОПРОСУ О ВЕНТИЛЬНОЙ ФОТОЭДС ФОТОЭЛЕМЕНТОВ С КРАСИТЕЛЯМИ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 1 VI 1957)

Ноддак и Мейер ([1–3]) исследовали возникновение фотоэдс при «продольном» освещении слоев красителей, нанесенных на поверхность массивного металлического электрода и прижатых к полупрозрачному электроду. Слои наносились осаждением красителей из спиртовых растворов и освещались на воздухе видимым светом. Наличие у фотоэлементов выпрямительных свойств привело авторов к выводу о вентильной природе фотоэдс. Так как при откачке воздуха (до 5 мм) выпрямление и фотоэдс почти полностью исчезали, Ноддак и Мейер заключили, что в образовании запорного слоя существенная роль принадлежит пленке адсорбированного газа. По мнению авторов, запорный слой образуется на естественном (не прижимном) контакте красителя с металлическим электродом. Знак фотоэдс, определенный по знаку фотопотенциала на заднем электроде, поскольку фотоэдс считалась заднестеночной, почти для всех исследовавшихся красителей был отрицательным.

Как показали наши опыты *, если слой красителя, осажденный из раствора на кварцевую поверхность, на которую предварительно были нанесены платиновые электроды, освещать на воздухе световым зондом у одного из электродов, то и при «поперечном» освещении наблюдается возникновение фотоэдс. Для большинства исследованных нами красителей знак фотоэдс был, однако, положительным. Так как контакты красителя с электродами были омическими, возникновение фотоэдс не могло быть приписано вентильному фотоэффекту. Из свойств фотоэдс и условий ее возникновения мы заключили, что имеем дело с фотоэлектрохимическим явлением, в общих чертах аналогичным фотовольтаическому эффекту Беккереля в слоях красителей, погруженных в растворы электролитов ([4]). В связи с этим нами были поставлены опыты для выяснения роли запорного слоя в фотоэлементах с «продольным» освещением.

В отличие от фотоячейки Ноддака и Мейера ([1]), в нашей фотоячейке в качестве как переднего, так и заднего электродов использовались полупрозрачные металлические слои (Pt, Au, Rh), нанесенные на кварцевые пластинки. Перестановка пластинок в фотоячейке давала возможность исследовать фотоэдс при освещении как прижимного, так и естественного контакта красителя с электродами. Толщина слоев, нанесенных на электроды осаждением красителей из спиртовых растворов, была порядка 30—50 мСи. Мы будем различать фотоэлементы, в которых слой красителя нанесен либо только на передний электрод (тип I), либо только на задний электрод (тип II), либо на оба электрода (тип III)**. Фотоячейка освещалась видимым

* Работа сдана в печать в Журнал физической химии.

** Ноддак и Мейер изучали и фотоэдс на фотоэлементах типа II.

светом лампы накаливания мощностью в 300 или 1000 ватт. Для измерения фотоэдс (E_∞) использовался усилитель постоянного тока с входным сопротивлением $R_{вх} = 10^8$ ом. E_∞ определялось по напряжению, которое создавал фотоэлемент на сопротивлении $R_{вх} \gg R$, где R — внутреннее сопротивление фотоэлемента. Чувствительность схемы по напряжению была 10^{-4} в/мм. Ток короткого замыкания (I_0) измерялся гальванометром с чувствительностью 10^{-9} а/мм.

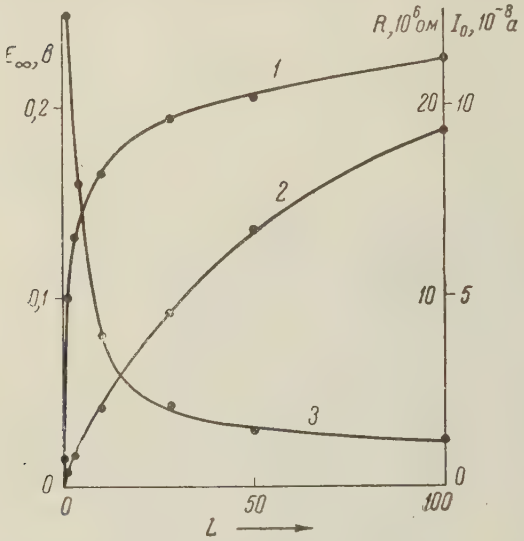


Рис. 1. Зависимость E_∞ (*1*), I_0 (*2*), и R (*3*) от интенсивности освещения: *1* — E_∞, *2* — I_0, *3* — R. ($L = 100$ соответствует освещенности около 1000 люкс)

Для детального исследования были выбраны пинацианол, ортохром Т и кристаллический фиолетовый. При освещенности около 1000 люкс E_∞ нередко достигает 0,1—0,2 в. Время установления стационарной фотоэдс при этой освещенности было порядка нескольких секунд или десятков секунд, при 10 люксах это время измерялось минутами.

На рис. 1 показаны типичные зависимости E_∞, I_0, и R от освещенности L. Зависимость E_∞ от L описывается равенством $E_\infty = A \ln (1 + BL)$, где A и B — постоянные. Зависимость I_0 от L в интервале изменения освещенности 1 : 100 удовлетворительно аппроксимируется уравнением $I = k L^n$, в котором n обычно имеет значения от 0,4 до 0,8. Измерения с интерференционными фильтрами показали, что максимумы E и I_0 приблизительно совпадают с максимумами поглощения красителей в твердом состоянии.

На рис. 2 приведены вольтамперные зависимости темнового тока и фототока для фотоэлемента типа I с пинацианолом (кривые *1* и *2*). Кривая *1* свидетельствует о наличии запорного слоя. Кривая *2* показывает, что фототок в пропускном направлении возрастает с ростом напряжения, стремясь к насыщению, а в запорном направлении уменьшается до нуля.

Из вольтамперной зависимости темнового тока для фотоэлемента типа II (кривая *3*), полученного из фотоэлемента типа I перестановкой электродов, следует, что направление, которое в фотоэлементе типа I было пропускным, стало в этом фотоэлементе запорным и наоборот. Между тем фототок (кривая *4*) течет в прежнем, но теперь уже запорном направлении.

Фотоэлемент типа III, полученный из прежнего фотоэлемента типа I путем замены заднего (не покрытого красителем) электрода другим электродом, но покрытым красителем, не обнаруживает выпрямительных свойств, причем темновой ток при малых напряжениях подчиняется закону Ома (кривая *5*). Этот результат определенно свидетельствует об отсутствии у него запорного слоя, а не о компенсации действия двух запорных слоев, как можно было бы думать. На это указывает и тот факт, что сопротивление фотоэлемента типа III в несколько раз меньше сопротивлений каждого из получающихся из него фотоэлементов типа I и II. Наличие запорного слоя у последних и его отсутствие у фотоэлемента типа III означает, что эффективный запорный слой образуется на прижимном контакте красителя с металлическим электродом, отсутствующим у фотоэлемента типа III. Замечательно, что для всех трех типов фотоэлементов, в которых освещался один и тот же слой красителя, не только сохраняется направление фототока (кривые *2*, *4* и *6*), но и величина фотоэдс (E_∞) оказывается почти одинаковой

Эти результаты, справедливые также для фотоэлементов с ортохромом Т и кристаллическим фиолетовым, трудно согласовать с представлением о вентильной природе фотоэдс. Сравнительное изучение фотоэлементов типа I, II и III показывает, что причинная связь между фотоэдс и запорным слоем отсутствует, так как ни местоположение последнего по отношению к освещаемому электроду, ни его наличие или отсутствие (см. схемы фотоэлементов на рис. 2) не влияют на направление фототока и величину фотоэдс. Фотоэлемент со слоем красителя рассматривается нами как источник невентильной фотоэдс, последовательно соединенный с выпрямителем. Действие последнего сказывается лишь на форме вольтамперных зависимостей темнового тока и фототока.

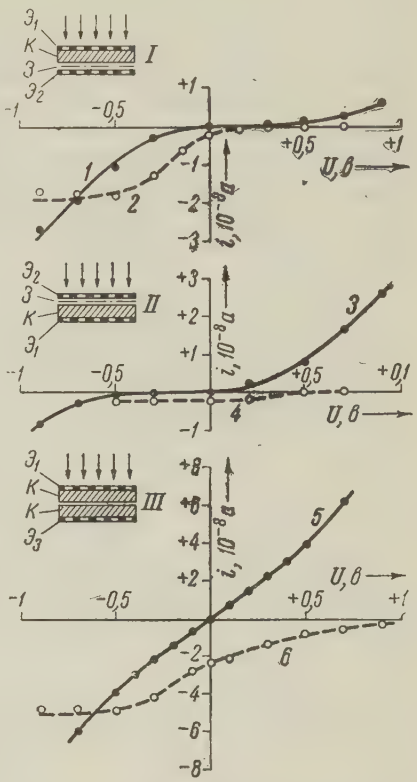


Рис. 2. Вольтамперные зависимости темнового тока и фототока для фотоэлементов типа I, II и III с пинацианолом: *1, 3, 5* — темновой ток; *2, 4, 6* — фототок. *Э* — электроды, *К* —слой красителя, *З* —запорный слой. По осям абсцисс отложен потенциал внешнего напряжения на переднем электроде

Структура запорного слоя и механизм выпрямления на контакте краситель—металл пока не ясны. Можно лишь констатировать, что выпрямление происходит на несовершенном прижимном контакте красителя с металлическим электродом и в условиях, когда проводимость слоев красителей практически целиком является электролитической*. Возможно, что наличие пленки адсорбированного газа также играет существенную роль.

Сохранение направления фототока для фотоэлементов типа I, II и III означает, что фотоэдс во всех трех случаях является переднестеночной. Возникновение фотоэдс обусловлено исключительно несимметричностью освещения обоих электродов и не зависит от рода контакта (прижимной или естественный) и материала электродов. С пинацианолом, ортохромом Т, эозином, эритрозином, трипафлавином, фуксином, бенгальским розовым и некоторыми другими красителями фотопотенциал на переднем электроде был положительным и только с кристаллическим фиолетовым, метиленовым голубым и феносафранином наблюдался отрицательный фотопотенциал. Эти результаты находятся в согласии с результатами, полученными при поперечном освещении слоев.

Следует, однако, заметить, что положительная фотоэдс фотоэлементов с пинацианолом и ортохромом Т при освещенностях порядка 2000—3000 люкс начинает уменьшаться с дальнейшим ростом освещенности. Откачка воздуха вызывает изменение знака фотоэдс. На промежуточных стадиях откачки фотоэлементы показывают положительную фотоэдс при слабых освещенностях и отрицательную — при сильных. Отрицательная же фотоэдс фотоэлементов к кристаллическим фиолетовым возрастает при откачке

---

* Наличие влаги в слоях солеобразных красителей приводит к возникновению в них электролитической проводимости ([4]). Этим и объясняется необычно высокая проводимость слоев этих красителей на воздухе. После тщательной откачки фотоэлементов их проводимость уменьшается в 10^2—10^4 раз и перестает зависеть от направления приложенного поля.

в несколько раз*. Такое поведение фотоэлементов при откачке может быть понято, если предположить, что при освещении на воздухе имеет место наложение двух противоположных по знаку фотоэдс: положительной фотоэдс, для возникновения которой необходимо наличие кислорода и, возможно, влаги, и отрицательной фотоэдс, наблюдению которой способствует высокий уровень освещенности и удаление кислорода (воздуха). Возникновение положительной фотоэдс связано с фотоокислением красителей в присутствии кислорода. Отрицательная фотоэдс, вероятно, имеет чисто фотоэлектрическое происхождение и связана, например, с диффузией световых носителей тока. Диффузионная фотоэдс порошков ряда красителей, в частности пинацианола, уже исследовалась Пуцейко ([5,6]), использовавшей для ее наблюдения метод конденсатора. В условиях наших опытов краситель находится в контакте с металлическими электродами, и поэтому явление диффузионной фотоэдс может быть более сложным из-за влияния приконтактных полей.

Вероятно, имеются и такие красители, для которых знаки фотоэдс, обусловленных фотоэлектрохимическими и фотоэлектрическими процессами, будут обратными, а также красители, для которых эти фотоэдс будут складываться, а не вычитаться, как это имеет место для пинацианола, ортохрома Т и кристаллического фиолетового.

Поступило
24 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. Noddack, H. Meier, Zs. Elektrochem., **57**, 691 (1953). [2] H. Meier, Zs. Wissensch. Photogr., 2, **50**, 301 (1955). [3] H. Meier, Zs. Elektrochem., **59**, 1029 (1955). [4] А. Н. Теренин, Фотохимия красителей, Изд. АН СССР, 1947, стр. 319. [5] Е. Пуцейко, ДАН, **59**, 471 (1948). [6] Е. К. Пуцейко, ЖФХ, **22**, 1172 (1948).

* При длительной откачке отрицательная фотоэдс пинацианола, ортохрома Т и кристаллического фиолетового тоже начинает уменьшаться. Однако это уменьшение, если не целиком, то в значительной степени кажущееся и обусловлено ростом сопротивления элементов в 10^3—10^4 раз в результате удаления влаги и остатков растворителя. В результате нарушается условие $R_{вх} \gg R$.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИКА

С. СЕКЕРСКИЙ и А. К. ЛАВРУХИНА

РАДИОХИМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ Si^{30} (p,π^+) Si^{31}

(Представлено академиком А. П. Виноградовым 8 VII 1957)

Одним из авторов работы еще в 1950 г. было доказано наличие радиоизотопа Ni^{65} в продуктах бомбардировки $Cu^{63,65}$ быстрыми протонами (1). Образование этого изотопа было объяснено протеканием вторичной реакции с нейтронами $Cu^{65}(n, p)$ Ni^{65}. Однако изучение зависимости выхода Ni^{65} от энергии падающих протонов показало, что образование этого изотопа происходит по реакции Cu^{65} $(p, p\pi^+)$ Ni^{65} (2). Таким путем была доказана возможность применения радиохимического метода для обнаружения π^+-мезонов.

В данной работе была предпринята попытка обнаружить радиохимическим методом реакцию Si^{30} (p, π^+) Si^{31}. В связи с тем, что все другие радиоактивные изотопы кремния имеют очень малый период полураспада, становится возможным обнаружить изотоп Si^{31} ($T = 2{,}65$ часа) даже в том случае, когда поперечное сечение его образования незначительно. Для доказательства существования указанной выше реакции изучена зависимость величины поперечного сечения образования Si^{31} от энергии бомбардирующих протонов в интервале от 120 до 660 Мэв.

Методика. Мишень весом 60—80 мг из спектрально-чистого порошкообразного кремния, размером 8 × 8 мм, заворачивалась в два слоя алюминиевой фольги и облучалась протонами различной энергии во внутреннем пучке синхроциклотрона Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований. Время облучения 1—2 часа.

После облучения кремний растворялся в нескольких миллилитрах 3 *М* раствора NaOH. Раствор отфильтровывался через бумажный фильтр для удаления частично нерастворившегося кремния. К фильтрату добавлялась 2 *М* HCl и несколько миллиграммов солей $BeCl_2$ и $MgCl_2$, и раствор упаривался досуха. Остаток обрабатывался концентрированной HCl, центрифугировался, промывался 3—4 раза этой же кислотой, затем растворялся в 3 *М* растворе NaOH и после прибавления солей Be и Mg все операции повторялись еще два раза, причем в последний раз выпаривание производилось с концентрированной H_2SO_4. Выделенный осадок SiO_2 высушивался, прокаливался при 900° в течение 45 мин. и взвешивался. Химический выход кремния 20%. Продолжительность выделения 4 часа.

Определенное количество SiO_2 (обычно 18 мг) наносилось на подложку из кальки толщиной 8 мг/см^2 и затем измерялась активность кремния. Для этого применялся торцовый счетчик ТМ-20 (диаметр слюдяного окошечка 20 мл, толщина 4 мг/см^2). Торцовый счетчик помещался в стандартный свинцовый домик с плексигласовой подставкой для мишеней. Измерение активности производилось на расстоянии 23 мм от окошка счетчика. Активность кремния измерялась в течение 24 час. с интервалами 1—2 часа. Статистическая ошибка счета была меньше 3%. Для контроля работы счетчика производилось измерение стандарта в виде RaD + RaE в течение

всего времени измерения кремния. После распада активности кремния строилась кривая его распада, которая как видно из рис. 1, содержала одну компоненту, соответствующую $T = 2{,}6$—$2{,}7$ часа. Кроме того измерялось поглощение β-излучения кремния в алюминии. Величина энергии этого излучения, определенная по методу Физера, была найдена равной 1,47 Мэв. Эти величины находятся в хорошем согласии с литературными данными ([3]) для радиоизотопа Si^{31}, что свидетельствует о радиохимической чистоте выделенного кремния.

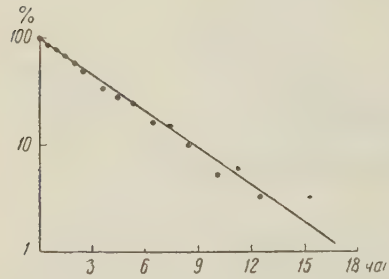


Рис. 1. Кривая распада кремния

Величины поперечного сечения образования Si^{31} ($\sigma_{Si^{31}}$) рассчитывались по известной формуле ([4]). Для определения потока протонов наружная алюминиевая фольга взвешивалась и растворялась в 5 мл 50% раствора HCl. Активные части этого раствора (обычно 0,15 мл) наносились на подложки из кальки, и их активность измерялась в тех же условиях, что и активность Si^{31}. Поток протонов вычислялся по активности Na^{24}, образующегося по реакции Al^{27} (p, 3 pn) Na^{24}. Сечение этой реакции равно $(10{,}8 \pm 1{,}1) \cdot 10^{-27}$ см^2 в широком интервале энергии протонов ([5]). При расчете $\sigma_{Si^{31}}$ эта величина принималась равной 10^{-26} см^2. При вычислении $\sigma_{Si^{31}}$ учитывалось содержание Si^{30} в природной смеси изотопов кремния.

Результаты. Полученные в работе результаты относительно величины $\sigma_{Si^{31}}$ при различной энергии протонов приведены в табл. 1. Из этих данных следует, что $\sigma_{Si^{31}}$ почти не изменяется в области энергии протонов 120—220 Мэв, но значительно увеличивается при увеличении их энергии от 220 до 680 Мэв. Для объяснения такой зависимости величины $\sigma_{Si^{31}}$ от энергии протонов рассмотрим все возможные реакции образования Si^{31} при облучении кремния протонами.

Образование Si^{31} при расщеплении примесей в кремнии. Данные активационного анализа показали наличие в облучаемом кремнии примесей Cu, Zn и Ga в количестве около 10^{-4}%. При их расщеплении выход Si^{31} не должен превышать $1 \cdot 10^{-33}$ см^2 и поэтому не может внести существенного вклада в найденную величину $\sigma_{Si^{31}}$. Примеси K и Ca не определялись, но их наличие (даже около 0,1%) не может обеспечить увеличение выхода Si^{31} при росте энергии протонов, так как сечение расщепления не изменяется в указанном выше интервале энергий

Реакция со вторичными дейтронами и нейтронами. Реакция со вторичными дейтронами Si^{30} (d, p) Si^{31} несомненно должна играть значительную роль в образовании Si^{31}. Реакции со вторичными дейтронами до сих пор не изучены, но есть основание считать, что вторичная реакция (d, p) должна иметь сечение такого же порядка как реакция со вторичными α-частицами (α, n). Это следует, во-первых, из того факта, что сечение реакции (α, n) практически одинаково с сечением реакции (d, p) при их энергии 10 — 15 Мэв, которая по данным работы ([6]) соответствует максимуму энергетического спектра α-частиц (и, по-видимому, дейтронов), испарившихся из ядер Ag и Br, возбужденных до 170 Мэв. Например, сечение реакции Ni^{60} (α, n) Zn^{63} равно $2 \cdot 10^{-25}$ см^2 ([7]), а сечение реакции Cu^{63} (d, p) Cu^{64} — $1{,}5 \cdot 10^{-25}$ см^2 ([8]).

Во-вторых, число вторичных дейтронов, как это следует из теоретических расчетов Лякутера ([9]), только в 2—2,5 раза меньше числа α-частиц, испарившихся из ядер с $A = 100$ при энергии возбуждения, равной 170 Мэв.

Многими исследователями ([10,11]) установлено, что сечение вторичной реакции (α, n) равно $(3 \div 9) \cdot 10^{-29}$ см^2 и мало зависит от порядкового номера облучаемого ядра. Хорошее согласие величины $\sigma_{Si^{31}}$ при энергии

ротонов 120 Мэв с этой величиной свидетельствует об образовании Si^{31} о реакции с вторичными дейтронами при данной энергии протонов. Следует, однако, указать, что сечение вторичной реакции (α, n) почти не зависит от энергии бомбардирующих протонов. Например, сечение реакции $Cu^{63}(\alpha, n)Ga^{66}$ при энергии протонов 190 Мэв равно $2{,}4 \cdot 10^{-29}$ см², при энергии протонов 480 Мэв $1{,}1 \cdot 10^{-29}$ см² (1). Поэтому значительное увеличение $\sigma_{Si^{31}}$ при росте энергии протонов не представляется возможным объяснить образованием Si^{31} по вторичной реакции Si^{30} (d, p) Si^{31}.

Таблица 1

E_p (Мэв)	$\sigma_{Si^{31}}$ (10^{-28} см²) найд.	средн.	$\sigma_{Si^{30}}$ (p, π⁺) Si^{31} (10^{-28} см²) среднее
120	0,60		
	0,52	0,56	
220	0,54		
	0,55		
	0,67	0,59	0,03
340	0,85		
	0,72	0,78	0,22
480	1,31		
	1,17	1,24	0,68
660	1,87		
	1,60	1,74	1,18

Вклад реакции с вторичными нейтронами Si^{30} (n, γ) Si^{31} ничтожно мал. Сечение этой вторичной реакции можно оценить путем сопоставления величин сечений реакций (α, n), (n, γ) вторичной реакции (α, n). Если учесть вышеуказанную величину для сечения (α, n)-реакций, величину сечения (n, γ)-реакции, которая в изучаемой области ядер будет равна $\sim 10^{-27}$ см² для нейтронов с энергией $\simeq 1$ Мэв (12), и соотношение числа испарившихся нейтронов и α-частиц, равное 2,5 при энергии возбуждения 70 Мэв (10), то сечение вторичной (n, γ)-реакции для кремния будет не больше $1 \cdot 10^{-30}$ см².

Реакция $Si^{30}(p, \pi^+)Si^{31}$. Если из величин $\sigma_{Si^{31}}$ вычесть величину $0{,}56 \cdot 10^{28}$ см², соответствующую вторичной реакции Si^{30} (d, p) Si^{31}, то эта разность будет, по-видимому, отвечать сечению реакции Si^{30} (p, π⁺) Si^{31} (табл. 1). Рассмотрение последних величин указывает на очень большой рост сечения данной реакции при увеличении энергии падающих протонов. Величина сечения увеличивается в 22 раза в интервале энергии от 220 до 480 Мэв. Это изменение сечения находится в хорошем согласии с ростом сечения образования π⁺-мезонов на углероде при увеличении энергии протонов (13). Согласно этим данным выход π⁺-мезонов под углом 90° увеличивается в 25 раз при увеличении энергии протонов от 240 до 440 Мэв. Такое согласие является доказательством достоверности реакции $Si^{30}(p, \pi^+)Si^{31}$.

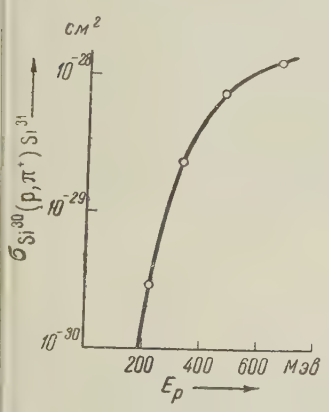


Рис. 2. Зависимость сечения реакции Si^{30} (p, π⁺) Si^{31} от энергии протонов

Кривая зависимости сечения этой реакции от энергии протонов (рис. 2) дала возможность оценить величину ее порога. Найденная величина порога $\simeq 200$ Мэв соответствует порогу рождения мезонов для ядер среднего атомного веса (14).

Все вышесказанное свидетельствует о наличии при высоких энергиях бомбардирующих частиц реакции (p, π⁺), характерной особенностью которой является вылет π⁺-мезонов, обладающих большой энергией. В этой реакции падающий протон передает всю энергию ядру, которая расходуется только на образование π⁺-мезона и кинетическую энергию последнего. Поэтому сечение реакции $Si^{30}(p, \pi^+)Si^{31}$ может дать оценку выхода π⁺-мезонов с максимальной энергией при данной энергии протонов при взаимодействии протонов с ядрами кремния.

Попытка обнаружить радиохимическим методом реакцию (p, π⁺) на бо-

лее тяжелых ядрах, например, германия и висмута, не привела к успешным результатам вследствие значительно большего выхода (в $\simeq 100$ раз превышающего $\sigma(p, \pi^+)$) других радиоактивных изотопов этих элементов, образующихся при различных ядерных реакциях.

Институт геохимии и аналитической химии
им. В. И. Вернадского
Академии наук СССР,
Институт ядерных исследований
Польской Академии наук

Поступило
5 III 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. К. Лаврухина, Докторская диссертация, ГЕОХИ АН СССР, 1955. [2] S.-C Fung, A. Turkevich, Phys. Rev., **95**, 176 (1954). [3] Г. Сиборг, И. Перлман, Дж. Холлендер, Таблица изотопов, ИЛ, 1956. [4] А. П. Виноградов, И. П. Алимарин и др., Сессия Академии наук СССР по мирному использованию атомной энергии, 1—5 июня 1955 г., Заседание отд. химич. наук, 1955, стр. 97. [5] J. Hudis, R. Wolfgang, N. Sugarman, G. Friedlander, Phys. Rev., **94**, 775 (1954). [6] J. Wilson, Progress in Physic Cosmic Rays, 1952, p. 34.[7] Дж. Блатт В. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, ИЛ, 1954, стр. 387. [8] Там же, стр. 401. [9] K. Le Couteur, Proc. Roy. Soc., A**63**, 259, 489 (1950) [10] R. Batzel, D. Miller, G. Seaborg, Phys. Rev., **84**, 671 (1951). [11] Б. В. Курчатов, В. Н. Мехедов и др., Тез. докл. на Всесоюзн. конфер. по физике частиц высокой энергии, Изд. АН СССР, 1956, стр. 83. [12] Э. Сегре, Экспериментальная ядерная физика, **2**, ИЛ, 1955, стр. 287. [13] S. Passman, M. Block, W. Haveus, Phys. Rev., **88**, 1247 (1952). [14] А. Мигдал, Я. Смородинский, Усп. физ. наук, **41**, 133 (1950).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИКА

Е. В. СТУПОЧЕНКО и И. П. СТАХАНОВ

К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РАЗРЫВОВ В РЕЛАКСИРУЮЩИХ СРЕДАХ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 3/VI 1957)

В сверхзвуковых потоках при переходе среды через поверхности разрыва возникают состояния неполного статистического равновесия, требующие для своего описания введения дополнительных параметров. Система уравнений гидродинамики в этом случае должна быть дополнена уравнениями, описывающими релаксационные процессы. Одномерные стационарные потоки с учетом процессов релаксации рассматривались в ([1], [2]). Теоретически интересным является случай, когда при достаточно малой интенсивности ударной волны скорость ее распространения (относительно невозмущенной среды) оказывается меньше скорости высокочастотного звука c_∞, вычисляемой в предположении, что релаксационные процессы заморожены. Из простых соображений, связанных со свойствами адиабаты Гюгонио, вытекает, что в этом случае поверхности разрыва не существует и состояние среды меняется плавно в некоторой переходной области.

Однако могут быть реализованы начальные условия, когда в релаксирующей среде возникает разрыв малой интенсивности. В связи с указанной невозможностью существования стационарной картины движения возникает вопрос о поведении такого разрыва и о процессе его вырождения в область плавного перехода. Ниже дается аналитическое рассмотрение этой задачи.

Уравнения гидродинамики, дополненные уравнениями релаксационных процессов, в случае малых возмущений имеют решения типа

$$u(x, t) \simeq e^{i(kx-\omega t)}, \tag{1}$$

где

$$k^2 = \omega^2 \frac{1 - i\omega\tau}{c_0^2 - c_\infty^2 i\omega\tau}; \tag{2}$$

u — скорость среды по оси x; ω — частота; τ — время релаксации (для простоты рассматриваем один релаксирующий параметр); c_0 и c_∞ — скорости звука, соответственно, для предельно малых ($\omega\tau \ll 1$) и предельно больших ($\omega\tau \gg 1$) частот ([3]).

Рассмотрим возмущение $u(x, t)$, удовлетворяющее следующим начальным условиям

$$u(x, 0) = 0 \qquad \text{при } x \geqslant 0; \tag{3}$$

$$u(0, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ u_0 = \text{const} & \text{при } t \geqslant 0. \end{cases} \tag{4}$$

Эти условия соответствуют возмущению, распространяющемуся в покоящейся среде в цилиндрической трубе, ось которой совпадает с осью x, если поршень, расположенный в плоскости $x = 0$, в момент времени $t = 0$ мгновенно изменяет свою скорость от нуля до u_0.

Представляя функцию $u(0, t)$ в виде

$$u(0, t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_\Omega \frac{d\omega}{\omega} e^{i\omega t}, \tag{5}$$

где интегрирование в плоскости комплексного переменного ω производится вдоль действительной оси от $-\infty$ до $+\infty$ с обходом точки нуль сверху, получаем на основании (1) решение, удовлетворяющее (4), в виде:

$$u(x, t) = -\frac{u_0}{2\pi i}\int_{\Pi}\frac{d\omega}{\omega}\, e^{i(kx-\omega t)}. \tag{6}$$

В положительной мнимой полуплоскости $k(\omega)$ и подынтегральное выражение (6) не имеют особенностей. Поэтому путь интегрирования в (6) может быть смещен в бесконечность в сторону положительной мнимой оси. При этом асимптотически

$$\exp\{i(kx-\omega t)\} \simeq$$

$$\simeq \exp\left\{i\omega\left(\frac{x}{c_\infty}-t\right)\right\}$$

и при $x/c_\infty - t > 0$ подынтегральное выражение в (6) экспоненциально убывает. Таким образом, $u(x, t) = 0$ при $x/c_\infty - t > 0$. Отсюда видно, что решение (6) удовлетворяет и условию (3). Рассмотрим возмущение вблизи линии $x - c_\infty t = 0$, считая переменную $t' = t - x/c_\infty$ положительной и достаточно малой. Путь интегрирования в (6) деформируем в полуокружность большого радиуса R с центром в точке O и примыкающие к ней участки действительной оси (рис. 1).

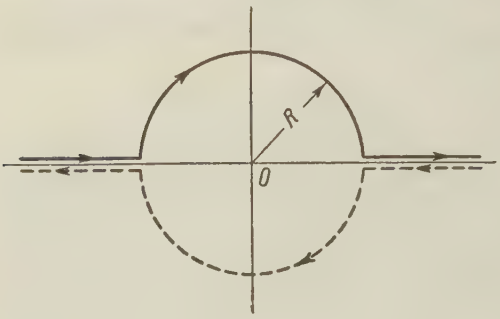


Рис. 1

Такой же интеграл, взятый по пути, изображенному пунктиром, равен нулю, так как при удалении пути интегрирования в бесконечность (вниз) подынтегральное выражение экспоненциально убывает ($t' > 0$). Поэтому в (6) в качестве пути интегрирования можно взять окружность круга радиуса R с центром в точке 0. Разлагая $k(\omega)$ в ряд по $1/\omega\tau$, считая $|\omega\tau| \gg 1$ и ограничиваясь членами порядка $1/(\omega\tau)^2$, получаем:

$$u(x, t) = u_0 e^{-\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_\infty\tau}x} J_0(-2i\sqrt{\zeta t'}), \tag{7}$$

где $J_0(z)$ — функция Бесселя с нулевым значком,

$$\zeta = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_\infty\tau^2}\left(1-\frac{3}{4}\alpha\right)x, \quad \alpha = 1-\frac{c_0^2}{c_\infty^2} > 0. \tag{8}$$

Можно показать, что (7) справедливо при условии $t' \ll \tau$.

Таким образом, в среде распространяется со скоростью c_∞ разрыв, интенсивность которого убывает с расстоянием x по закону $e^{-x/l}$, где

$$l = \frac{2c_\infty^2}{c_\infty^2 - c_0^2} c_\infty\tau. \tag{9}$$

В предельном случае $c_\infty^2 - c_0^2 = 0$, как и следовало ожидать, от поршня распространяется стационарная ударная волна.

Смещаем теперь путь интегрирования в (6) следующим образом (рис. 2).

Точки ω_1 и ω_2 ветвления $k(\omega)$ лежат на отрицательной мнимой оси

$$\omega_1 = -\frac{i}{\tau}; \quad \omega_2 = -\frac{i}{\tau}\frac{c_0^2}{c_\infty^2}. \tag{10}$$

При t' достаточно большом величина $e^{-i\omega t'}$ у точек ветвления очень ма-
а. Поэтому в интеграле остается равный единице вычет у полюса O.
аким образом, вдали от фронта ударной волны ($e^{-t'/\tau} \ll 1$)

$$u(x,\ t) = u_0. \tag{11}$$

Рассмотрим возмущение на большом расстоянии от поршня. Подын-
егральное выражение в (6) при ω
ействительном и не равном нулю
кспоненциально убывает с возраста-
ием x, при достаточно большом x
нтеграл (6) определяется окрест-
остью точки O. В выражении

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2\pi}\int_{\Lambda} d\omega e^{i(kx-\omega t)} \tag{12}$$

уть интегрирования можно заме-
ить действительной осью, включая
очку O. Ограничиваясь в разложении

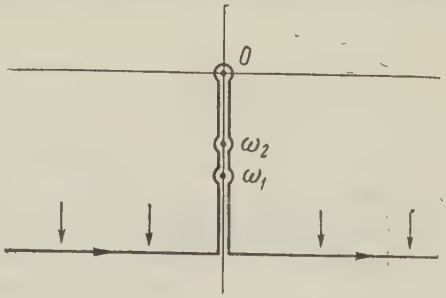


Рис. 2

по степеням ω первыми двумя членами, выполняя интегрирование в (12)
переходя к $u(x,\ t)$, получим

$$u(x,\ t) = \frac{u_0}{2}\Phi\left(\beta\frac{c_0 t - x}{\sqrt{x}}\right) + \frac{u_0}{2}, \tag{13}$$

де

$$\beta = \sqrt{\frac{c_0}{(c_\infty^2 - c_0^2)\tau}} \tag{14}$$

$\Phi(z)$ — интеграл вероятности.

Результат (13) справедлив при условии

$$\frac{c_\infty}{\sqrt{c_\infty^2 - c_0^2}}\sqrt{\frac{c_0\tau}{x}} \ll 1. \tag{15}$$

Из него видно, что область, в которой происходит нарастание возму-
щения от 0 до u_0, имеет ширину Δ порядка

$$\Delta \simeq \frac{1}{\beta}\sqrt{x} \tag{16}$$

и распространяется в среде со скоростью c_0; максимальные значения $\partial u/\partial x$
лежат на линии $x - c_0 t = 0$.

Таким образом, общая картина распространения возмущения, посылае-
мого поршнем, такова: образующийся разрыв распространяется со ско-
ростью c_∞, затухая с расстоянием по экспоненциальному закону и посте-
пенно уступая место плавно нарастающему возмущению, распространяю-
щемуся вдоль линии $x - c_0 t = 0$.

Настоящий анализ проведен в рамках линеаризованных уравнений для
предельно малых возмущений. Учет нелинейных членов, как известно,
приводит в стационарном случае к конечной ширине Δ, которая стано-
вится неопределенно большой при исчезающем u_0 в согласии с (16).

Анализ с точки зрения уравнений гидродинамики релаксирующих сред
(который будет опубликован позднее) показывает, что в плоском сверхзвуко-
вом течении существуют стационарные разрывные решения со сколь угодно
малой интенсивностью скачка; отсутствие стационарных разрывных ре-
шений с малой интенсивностью разрыва характерно только для одномер-
ных течений.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
5 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, **16**, 365 (1946). [2] С. П. Дьяков, ЖЭТФ, **27**,
, 728 (1954). [3] Л. И. Мандельштам, М. А. Леонтович, ЖЭТФ, 7, 438 (1937).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ГЕОФИЗИКА

А. М. ГУСЕВ и Н. П. РУСИН

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВНУТРЕННЕГО РАЙОНА ВОСТОЧНОЙ АНТАРКТИДЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ НА СТАНЦИИ ПИОНЕРСКАЯ

(Представлено академиком Д. В. Щербаковым 15 VI 1957)

До работ первой советской антарктической экспедиции климат и погода внутренних районов шестого континента были, по существу, неизвестными, так как до этой экспедиции круглогодичные метеорологические наблюдения в Антарктиде проводились только на побережье.

Первой в истории исследований Антарктиды постоянно действующей внутриматериковой станцией явилась станция Пионерская, построенная в 375 км от обсерватории Мирный по направлению к Южному геомагнитному полюсу на высоте около 3000 м над уровнем моря в точке с координатами: 69°44′ ю. ш. и 95°30′ в. д.

В программу наблюдений станции Пионерская включались: стандартные метеорологические наблюдения, актинометрические, аэрологические и гляциологические наблюдения. В приземном слое воздуха от поверхности до 11 м велись градиентные наблюдения за температурой, а летом в слое от 0 до 2 м — и за скоростью ветра.

Наблюдения за снегонакоплением, динамикой снежной поверхности, структурой снега на различных глубинах в шурфах составили гляциологическую часть программы работ станции Пионерская.

Важными как для исследования структурных преобразований снега, так и для изучения особенностей климата внутренних районов явились наблюдения за температурой и движением температурных волн в толще снежного покрова, проводившиеся до глубины 16 м.

Наблюдения на станции Пионерская, а также наблюдения, проведенные в пути от Мирного к месту строительства станции, позволили собрать интересный и уникальный материал, характеризующий природу внутренних районов Антарктиды. Они позволили вскрыть ряд особенностей некоторых геофизических процессов, протекающих в этих районах.

В настоящей статье мы приводим пока только метеорологическую характеристику этого района Восточной Антарктиды.

Давление атмосферы. Средняя величина атмосферного давления на станции Пионерская, вычисленная по результатам наблюдений, проводившихся в течение девяти месяцев с мая 1956 г. по февраль 1957 г., оказалась равной 689,2 мм. Амплитуда колебаний величины давления за этот период оказалась значительной и равной 53,9 мм.

Особенно низкое давление по среднемесячным данным наблюдается в августе, сентябре и октябре с минимумом в октябре, но абсолютный минимум, равный 661,9 мм, наблюдался в августе. Максимальное давление наблюдалось на Пионерской в июле, в то время как максимальное среднемесячное значение его было в декабре. Абсолютный максимум давления оказался равным 715,8 мм. Такое распределение различных характеристик атмосфер-

ого давления на Пионерской во времени объясняется значительными по мплитуде колебаниями его с периодами от одних до девяти суток.

Высота станции, определенная по анероидам, оказалась равной 2700 м ад уровнем моря. Но эта величина явно занижена за счет влияния на еличину давления подушки холодного воздуха, постоянно лежащей над едяным куполом Антарктиды, и требует уточнения.

Таблица 1

Распределение давления

	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	За 9 мес.
реднее за месяц	693,7	688,4	686,3	681,0	683,0	680,5	692,0	700,2	697,5	689,2
аксимальное	711,3	700,1	715,8	697,4	693,8	695,0	704,2	711,7	705,1	715,8
инимальное	678,3	677,7	662,2	661,9	670,6	663,9	678,3	687,0	686,6	661,9

Температурный режим. Температурный режим на станции ионерская отличается большой суровостью.

Таблица 2

Распределение температуры

	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	За 9 мес.
редняя за месяц	—43,4	—43,6	—47,7	—51,3	—43,6	—39,7	—31,6	—21,5	—22,7	—38,3/
бсолютная максимальная	—31,2*	—26,7*	—28,6*	—37,8*	—26,9*	—25,8*	—21,4	—13,4	—14,7	—13,4
бсолютная минимальная	—53,6*	—56,0	—64,0	—66,8	—58,8	—55,5	—44,0	—35,2	—35,1	—66,

* Предельная температура выбрана из срочных наблюдений.

Как видно из табл. 2, наиболеее холодным месяцем является август, меющий среднюю температуру — 51,3°, т. е. более низкую, чем средняя ноголетняя температура января в районе полюса холода — Верхоянска. амым теплым месяцем является декабрь, средняя температура которого авна —21,5°. Абсолютный максимум температуры был отмечен в декабре —13,4°), а абсолютный минимум (—66,8°) был зафиксирован в августе.

Температура в районе расположения станции Пионерская определяется током воздуха из центральных, более высоких районов материка, радиационными условиями и температурным режимом в толще снежного покрова.

В летний период весьма заметно влияние радиационных условий.

Наиболее высокие температуры наблюдаются со второй декады декабря о первую декаду января, а максимальные — в третьей декаде декабря.

Среднегодовая температура воздуха на Пионерской очень низкая. Если ринять ход средней температуры с февраля по апрель таким же, каким он ыл с сентября по ноябрь, что хорошо согласуется с общим ходом кривой зменения среднемесячных температур, то средняя температура года кажется равной —38,3°. Эта температура, видимо, весьма близка к климатической норме, так как она всего лишь на один градус отличается от емпературы в толще снега на глубине 16 м. Температура, измерявшаяся на той глубине, почти за весь период наблюдений изменялась всего лишь в ределах от —39,2 до 39,4°. Это показывает, что на глубине 16 м на станции ионерская сезонные колебания температуры практически затухают.

Влажность воздуха. Влажность воздуха в районе станции ионерская характеризуется малыми упругостями водяных паров, вызванными низкими температурами воздуха, и сравнительно небольшой из-

менчивостью относительной влажности. Средняя относительная влажность составляет 72%, а наиболее низкое ее значение 60%. Такая высокая влажность воздуха объясняется тем, что станция находится в зоне ледяных облаков.

Ветровой режим. Ветровой режим характеризуется устойчивостью как по направлению, так и по скорости ветра (табл. 3—5). Ветер

аблица 3

Распределение скоростей ветра

	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	За 9 мес.
Средняя скорость	8,4*	8,4*	11,6	9,6	10,6	9,7	10,6	9,9	12,4	10,1
Максимальная из средних	19	17	20	16	20	15	18	20	20	20
Число дней со штормом	8	2	11	3	6	3	5	9	19	66

* Наблюдения производились на высоте 2 м.

на станции Пионерская всегда дует в квадранте от востока до юга (см. табл 5), а средняя скорость ветра в течение всего года примерно равна 10 м/сек Летом наблюдается правильный суточный ход скорости ветра с максимумом около полудня и минимумом около полуночи. Штилей на станции не наблю

Таблица 4

Повторяемость отметок ветра с разными скоростями

Пределы скоростей м/сек	V	VI	VII	VIII	IX	X	IX	XII	I	Всего случаев	
										число	%
0—1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2—5	7	6	0	3	0	1	0	2	0	19	7
6—10	17	17	12	17	17	18	14	15	9	136	49
11—15	5	7	15	10	11	12	15	13	18	106	38
15	2	0	4	1	2	0	1	1	4	15	6

далось, так же как не было отмечено и ни одного урагана. Наиболее сильны ветры наблюдались в январе, когда было отмечено 19 дней со штормом В зимнее время ветры имеют преимущественно юго-восточное направлени с поворотом до южного. Летом преобладают восток-юго-восточные ветры

Облачность. Здесь преобладают перисто-слоистые облака, нижняя граница которых находится на уровне станции, а верхняя выше станци на 200—500 м. Средняя облачность за период наблюдений составила окол 5 баллов. Число ясных дней 78, число пасмурных дней по общей облач ности 97.

Облака здесь состоят из мельчайших ледяных кристаллов, часто недо развитых, или из их обломков, поэтому похожи на облака снежной пыли Часто наблюдаются разноцветные гало, ложные солнца, столбы, одинарны и двойные полугало, радуги. Ледяные облака и почти постоянный в эти местах перенос снега ветром, снижают прозрачность атмосферы. В 34% всех случаев наблюдений метеорологическая видимость бывает ниже 500 м а в 73% случаев ниже 4 км (табл. 6).

На Пионерской часто наблюдалось выпадение осадков, хорошо различи мых наблюдателем. За период с мая по январь зарегистрировано 124 дн

со снегом, 49 дней со снежным туманом и 105 дней со снежной дымкой. В течение того же периода отмечено 128 дней с общей метелью и метелью с выпадением осадков. Низовые метели или поземки наблюдались почти ежедневно (табл. 7).

По данным снегомерных наблюдений, проводившихся на площадке размерами 100×100 м, был отмечен прирост снежного покрова, в пересчете на год, около 40 см. Это соответствует примерно 160 мм осадков в пересчете на воду.

Таблица 5

Распределение средних скоростей по направлениям
(данные осреднены с V 1956 г. по I 1957 г.)

	ЮСВ	В	ВЮВ	ЮВ	ВЮВ	Ю
Число случаев наблюдений	2	62	366	484	178	7
Повторяемость, %	1	6	33	44	16	1
Средняя скорость, м/сек	7,5	9,8	10,9	10,2	8,4	6,3

Выводы. 1. Как показали первые исследования, районы высокогорного плато Восточной Антарктиды отличаются необычно суровым метеорологическим режимом. Среднегодовая и среднесезонные температуры воздуха в этих районах ниже где-и когда-либо до сих пор наблюдавшихся средних температур на земном шаре.

Таблица 6

Характеристика прозрачности атмосферы

Видимость по пределам	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	За 9 мес. число случаев	За 9 мес. % повторяемости
0—3 балла (0—500 м)	14	13	17	5	13	7	5	9	13	96	34
4—6 баллов (1—4 км)	10	11	8	15	15	20	15	9	7	110	39
7—9 баллов (10 км)	7	6	5	11	8	4	10	13	11	75	27

2. Суровость климата высокогорного плато Антарктиды усугубляется постоянными сильными ветрами. Зимой скорость их значительно меньше скорости ветра на побережье, в Мирном. Но летом наблюдается обратная картина, в результате чего средняя годовая скорость ветра на Пионерской лишь немногим уступает по величине средней годовой скорости ветра в Мирном.

Суровость климата внутренних районов Антарктиды обусловливается также низким давлением, которое на Пионерской примерно в 1,5 раза ниже, чем на побережье, и сравнительно высокой влажностью воздуха.

Таблица 7

Число дней с разными атмосферными давлениями

	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	За 9 мес.
Снег	19	18	15	9	10	6	9	21	17	124
Туман	10	6	3	0	2	5	4	5	14	49
Дымка	7	12	8	16	17	22	4	8	11	105
Метель со снегом	18	17	15	9	10	6	7	15	12	109
Низовая метель	9	9	9	12	13	16	15	12	18	113
Поземок	21	18	12	25	17	27	24	14	18	176
Опасные метели	23	21	23	17	18	17	24	20	25	188
Вьюга	0	0	0	0	0	0	2	2	11	15
Полярное сияние	2	8	10	2	0	0	0	0	0	22

Все эти особенности климата и погоды крайне ограничивают возможности работы авиации и наземного транспорта и создают очень тяжелые условия для жизни и работы человека на высокогорном плато Антарктиды.

Поступило
14/VI 1957

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

БИОФИЗИКА

Л. А. БЛЮМЕНФЕЛЬД и А. Э. КАЛМАНСОН

СПЕКТРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПАРАМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА ОБЛУЧЕННЫХ НАТИВНЫХ И ДЕНАТУРИРОВАННЫХ БЕЛКОВ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 15 VII 1957)

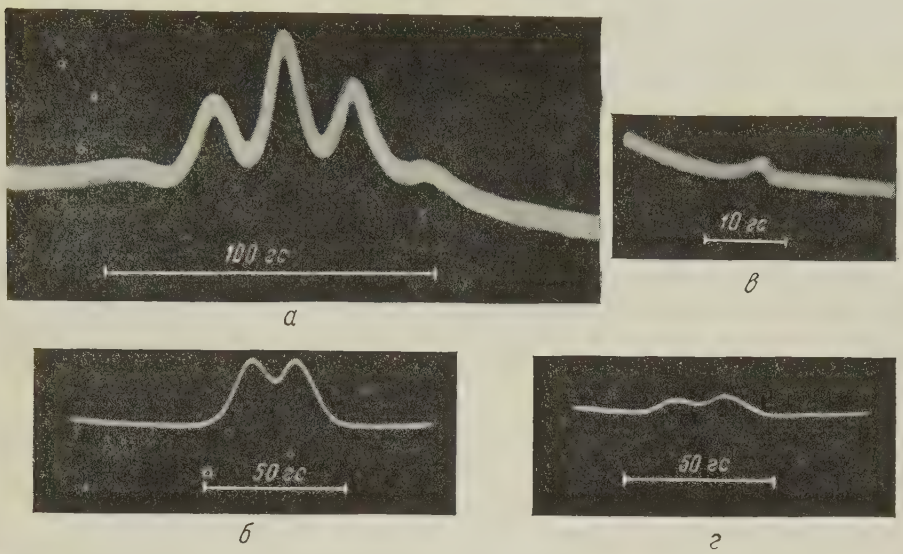
В предыдущей работе одного из авторов ([1]) были исследованы спектры ЭПР белковых систем, замороженных и лиофилизованных в момент протекания ферментативного процесса. Концентрация неспаренных электронов составляла 10^{-7}—10^{-8} мол. на грамм сухого веса. Чрезвычайная узость полученных сигналов ЭПР (1,5—2 гс) и отсутствие сверхтонкой структуры свидетельствовали о значительной делокализации неспаренных электронов в белковой молекуле. В дальнейшем специально поставленные опыты показали, что при торможении ферментативного процесса в результате мягкой денатурации или вследствие израсходования субстратов спектры ЭПР не обнаруживаются.

Все эти данные позволяют утверждать, что наблюдаемый эффект обусловлен неспаренными электронами, принадлежащими белковым структурам, а не ионам металлов или другим парамагнитным примесям. Как известно, энергия возбуждения белковой молекулы в триплетное состояние слишком велика, чтобы можно было ожидать появления сколько-нибудь заметного количества неспаренных электронов при обычных температурах. Наблюдаемый эффект можно, пока гипотетически, объяснить тем, что собственные электронные уровни субстрата, образующего временный комплекс с ферментом (например, в процессах тканевого дыхания), располагаются либо вблизи возбужденного, либо вблизи основного электронного уровня белка. В зависимости от осуществления первого, второго или обоих из указанных выше случаев комплексы субстрат — фермент, простетическая группа — апофермент и т. д. можно считать примесными полупроводниками с электронной, дырочной или смешанной проводимостью. Согласно этому предположению наблюдаемые с помощью метода ЭПР неспаренные электроны в белковых системах принадлежат белкам и делокализованы по белковым молекулам, но имеют примесное происхождение. В работе ([1]) было предположено, что миграция электронов или дырок происходит по водородно-пептидным цепочкам поперек главных полипептидных цепей. Как показывают элементарные квантово-механические расчеты, даже при величине потенциальных барьеров в 2—3 эв туннель-эффект электрона может обеспечить требуемую для миграции частоту переходов.

Получить электроны в «зоне проводимости» белковой молекулы можно и другим способом, а именно с помощью ионизирующего излучения. Для этой цели мы предприняли исследование спектров ЭПР ряда облученных сухих нативных и денатурированных белковых препаратов, а также (для сравнения) ряда аминокислот и пептидов. Облучение проводилось гамма-лучами Co^{60} дозами порядка 10^{-5}—10^{-7} г (во всех случаях, где проводилось сравнение, дозы были одинаковыми). Были изучены следующие вещества: гликокол, аланин, валин, лизин, серин, гистидин, тирозин, триптофан, фенилаланин, глютаминовая кислота, аспарагиновая кислота, нор-

лейцин, глицил-глицин, глицил-тирозин, глицил-лейцин, глютатион, трипсин, трипсиноген, нативный и денатурированный пепсин, нативный и денатурированный казеин, нативный и денатурированный оксигемоглобин, нативный и денатурированный ихтиокол, лиофилизованные гомогенаты печени крысы (нативный и денатурированные препараты), селезенки крысы, сердца крысы, легкого крысы.

Ни один из перечисленных образцов не давал до облучения сигналов ЭПР.



а *в* *б* *г*

Рис. 1. Спектры ЭПР облученных препаратов: *а* — аланин, *б* — кристаллический глицил-глицин, *в* — лиофилизованный гомогенат печени, *г* — денатурированный оксигемоглобин человека

После облучения аминокислоты и пептиды дают, как правило, широкие, интенсивные сигналы ЭПР со сверхтонкой структурой, характерной для каждого образца. Несколько из исследованных нами объектов были изучены ранее в работе (2). В этих случаях результаты оказались совпадающими. В качестве примера на рис. 1 *а*, *б* приведены спектры ЭПР облученных аланина и глицил-глицина. Облученный аланин дает характерный спектр ЭПР с пятью компонентами сверхтонкой структуры и соотношением интенсивностей 1 : 4 : 6 : 4 : 1, что свидетельствует о взаимодействии неспаренного электрона с четырьмя эквивалентными протонами (радикал $[\dot{C}_2H_4]^+$). g-Фактор центра сигнала равен 2,007, $\Delta H = 88$ гс. Как известно (2), дублетный сигнал облученного глицил-глицина с $\Delta H_{1-2} \approx 16$ гс и g-фактором 2,005 возникает в результате взаимодействия неспаренного электрона, локализованного у атома кислорода, с протоном NH-группы, образующей межмолекулярную водородную связь. При дозе $1{,}15 \cdot 10^7$ r ($1{,}9 \cdot 10^{19}$ актов ионизации на грамм образца) в аминокислотах и пептидах образуется около 10^{19} свободных радикалов на грамм. Большинство выбитых электронов, очевидно, застревает в узлах кристаллической решетки и дает чрезвычайно широкие, практически не регистрируемые линии ЭПР (2).

Все исследованные нами белки и лиофилизованные ткани дали после облучения слабые, узкие ($\Delta H_{1/2} = 1{,}5$—2 гс, в случае казеина 4—6 гс) линии ЭПР без сверхтонкой структуры, как правило, неотличимые от спектров ЭПР белковых препаратов, зафиксированных в момент протекания ферментативных процессов (1). При дозе $1{,}15 \cdot 10^7$ r концентрации неспаренных электронов, возникающих при облучении, составляют $\sim 10^{16}$ частиц на грамм и менее. В качестве примера на рис. 1 *в* представлен спектр ЭПР облученного лиофилизованного гомогената печени крысы. Можно предполо-

жить, что резкое уменьшение интенсивности линий ЭПР облученных аминокислот и пептидов объясняется тем, что в первом случае весьма велика вероятность попадания выбитого электрона в «зону проводимости» и рекомбинации его с соответствующей дыркой. Лишь небольшая часть выбитых электронов попадает в глубокие потенциальные ямы в узлах решетки твердого тела, откуда они не могут вернуться в зону проводимости, или совсем выбиваются за пределы образца. Остающиеся дырки делокализованы по белковой молекуле и дают узкие линии ЭПР.

Если перед высушиванием и облучением подвергнуть белковый раствор тепловой денатурации, то вместо слабых узких линий ЭПР появляются интенсивные широкие сигналы с дублетным расщеплением с $\Delta H_{1-2} \approx 16$ гс, повторяющие спектр ЭПР облученного глицил-глицина, т. е. характерные для одиночной водородной связи. В качестве примера на рис. 1 *г* приведен спектр ЭПР облученного оксигемоглобина, подвергнутого предварительной денатурации кипячением в течение 30 мин. При дозе $1{,}15 \cdot 10^7$ концентрация свободных радикалов составила $\sim 3 \cdot 10^{18}$ частиц на грамм. Количество образующихся при облучении свободных радикалов зависит от глубины предварительной денатурации. В случае оксигемоглобина, подвергнутого предварительной денатурации в растворе: а) при 73°— 2 мин.; б) при 100°— 15 мин.; в) при 100°— 30 мин. — интегральные интенсивности сигналов ЭПР соответственно равны (в частицах на грамм): а) $6 \cdot 10^{16}$, б) $1 \cdot 10^{18}$ и в) $3 \cdot 10^{18}$.

Таким образом, число образующихся при облучении свободных радикалов увеличивается в результате предварительной денатурации в 100—500 раз.

По-видимому, наблюдаемые эффекты объясняются тем, что в результате тепловой денатурации нарушается вторичная структура белковых молекул и вместо длинных цепочек водородно-пептидных связей возникают хаотически расположенные водородные связи, не образующие единой системы. Благодаря этому уничтожаются «каналы проводимости», по которым выбитые излучением электроны могли бы рекомбинироваться с дырками, и количество образующихся свободных радикалов повышается.

Приведенные в настоящей работе данные свидетельствуют в пользу существования электронной проводимости в нативных белковых молекулах, обусловленной сеткой водородных связей.

Группа члена-корреспондента АН СССР Н. И. Гращенкова
при Отделении биологических наук
Академии наук СССР

Поступило
13 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. А. Блюменфельд, Изв. АН СССР, сер. биол., № 3, 285 (1957) [2] W. Gordy, W. B. Ard, H. Shields, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **41**, 983 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Академик А. А. БОЧВАР и Е. Б. БРОВЧЕНКО

ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ ПЛАСТИН ИЗ МЕДНОЦИНКОВЫХ СПЛАВОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

При исследовании эффектов, наблюдаемых при циклической термической обработке (ц. т. о.) в сплавах алюминия с цинком ([1]), было установлено, что при определенных концентрациях цинка в сплавах происходит изменение знака эффекта ц. т. о. Именно, вместо обычного для чистых алюминия и цинка увеличения длины и ширины и уменьшения толщины пластин или листов в алюминиевоцинковых сплавах, в определенном интервале концентраций по цинку, обнаруживается обратное явление, т. е. уменьшение длины и ширины и увеличение толщины пластин.

В настоящей работе изучался эффект ц. т. о. в другой системе металлических сплавов, а именно в системе сплавов меди с цинком.

Таблица 1

Материал	Cu	Zn	Pb	Fe	Sb	Bi
Медь	99,98	—	0,002	0,001	сл.	сл.
Томпак Л-90	остальн.	10,0	0,001	0,002	0,002	сл.
Латунь Л-68	67,68	32,3	сл.	0,001	0,001	сл.
Латунь Л-62	61,57	38,41	0,003	0,007	0,001	сл.
Латунь ЛС-59-1	58,30	40,52	1,02	0,16	0,003	сл.

Для исследования были взяты листы из меди и ее промышленных сплавов типа латуни, состав которых указан в табл. 1 (в процентах).

Первые три материала имели структуру однофазного твердого α-раствора с кубической гранецентрированной решеткой. В сплаве Л-62 имелось, кроме α-раствора, небольшое количество β-фазы с кубической объемноцентрированной решеткой, а в сплаве ЛС-59-1 — около 40% (по объему) β-фазы и небольшое количество точечных включений свинца.

Из листов толщиной 5 мм были вырезаны образцы вдоль направления прокатки, размером 100 мм × 25 мм. Для сравнения было исследовано несколько образцов, вырезанных перпендикулярно направлению прокатки. Так как для этих последних образцов получились практически такие же результаты, то в дальнейшем исследовались только образцы, вырезанные вдоль прокатки.

Ц. т. о. проводилась путем нагрева в течение 10 мин. до максимальной температуры, которая в одной серии опытов была 560°, а в другой 600°, выдержки в течение 2 мин. при постоянной температуре и быстрого охлаждения в воде комнатной температуры (перенос образцов и охлаждение длились около 30 сек.).

Микроструктурное исследование и проверка механических свойств показали, что уже при первых нагревах на вышеуказанные температуры происходил рекристаллизационный отжиг прокатанных и предварительно неотожженных образцов и потому при значительном числе циклов практически не наблюдалось разницы в поведении холоднокатанных образцов, взятых до и после предварительного отжига при максимальной температуре цикла.

Измерение размеров образцов производилось с точностью до 0,02 мм для длины и ширины и с точностью до 0,01 мм для толщины. Принятая методика давала достаточно точные результаты для изменений длины, а для ширины и особенно для толщины обеспечивала надежные результаты только в условиях, когда при нагревах не происходило заметного окисления металла.

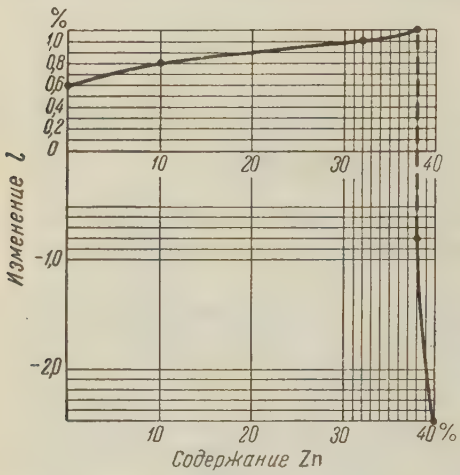


Рис. 1. Влияние состава латуни на эффект циклической термообработки (100 циклов 560°⇄10°)

Измерение размеров образцов после 25, 100, 150 и 200 циклов показало, что по мере увеличения числа циклов происходит плавное изменение размеров по кривым, очень часто близким к прямым линиям.

Результаты измерений после 100 циклов при 560°⇄15° представлены для всех исследованных материалов на рис. 1 в координатах: изменение длины образца — содержание цинка в сплаве.

По мере увеличения числа циклов образцы чистой меди и сплавов с 10 и 32% цинка, т. е. образцы однофазных сплавов с кубической гранецентрированной решеткой непрерывно росли в длину и ширину и сокращались в толщину, т. е. вели себя так же, как чистые алюминий и цинк. Из графика рис. 1 видно, что величина эффекта ц. т. о. увеличивается по мере увеличения содержания цинка в сплаве. Так как в указанных материалах эффект ц. т. о. вызван термическими напряжениями при изменениях температуры, то в соответствии с известной формулой С. П. Тимошенко

$$\sigma_{\text{терм}} = k \cdot \frac{E \cdot \alpha}{\lambda (1 - \mu)}$$

следует считать, что в основном величина эффекта ц. т. о. определяется значением теплопроводности λ, которая сильно уменьшается от меди к предельно насыщенному альфа-твердому раствору цинка в меди, в то время как модуль упругости E и коэффициент Пуассона μ почти не меняется, а коэффициент линейного расширения изменяется с увеличением содержания цинка значительно слабее, чем теплопроводность.

Если бы ответственными за эффект ц. т. о. были только термические напряжения, то качественно такие же результаты должны были бы получиться и в сплавах, более богатых цинком. Однако опыты со сплавами, содержащими 38,4 и 40,5% цинка, дали совершенно иные результаты.

Опыты со сплавом Л-62, содержащим в среднем 38,4% цинка, т. е. со сплавом, который даже в равновесном состоянии имеет структуру смеси α- и β-фаз, хотя и с сильным преобладанием α-фазы, а в условиях опыта всегда содержал заметно увеличенное количество β-фазы, показали, что отдельные образцы этого сплава дают положительный эффект ц. т. о. (по изменению длины) и иногда даже больший, чем у сплава с 32% цинка, а другие образцы показывают отрицательный эффект ц. т. о., т. е. уменьшаются по длине и ширине и растут в толщину.

Еще более богатый цинком сплав, с 40,5% цинка, всегда показывал отрицательный эффект ц. т. о. (—2,5% за 100 циклов при 560° и еще больше при 600°).

Непостоянство результатов опытов со сплавом Л-62 заставило детально исследовать состав и структуру отдельных образцов этого сплава. Оказалось, что те образцы, которые увеличивались по длине, содержали несколь-

К статье А. А. Бочвар и Е. Б. Бровченко, стр. 75

Рис. 2. Структура образца Л-62, удлинившегося при ц. т. о. 70 ×

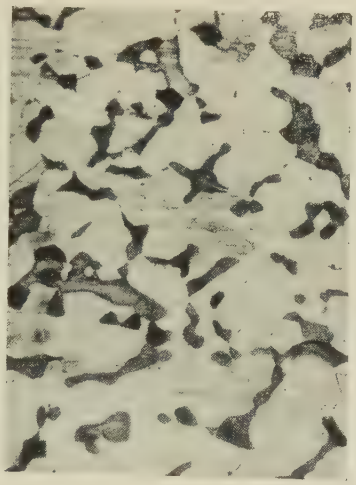


Рис. 3. Структура образца Л-62, сжавшегося при ц. т. о. 70 ×

Рис. 4. Структура образца рис. 3 после окислительного отжига. 70 ×

К статье А. А. Колосовой, стр. 131

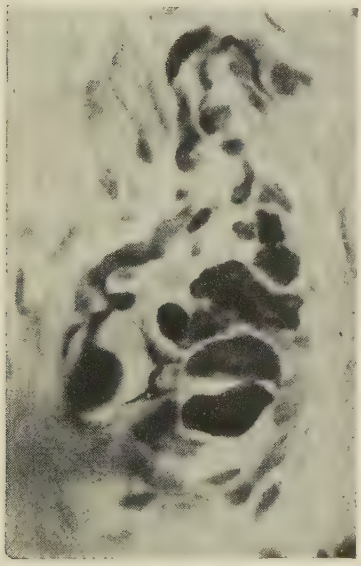


Рис. 3. Дегенерирующий сложный рецептор эндокарда предсердия. Серебрение

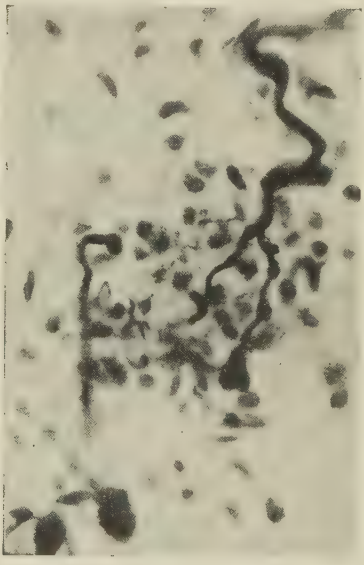


Рис. 4. Дегенерирующий инкапсулированный рецептор эндокарда предсердия. Серебрение

ко меньшее количество цинка и соответственно этому меньшее количество β-фазы, чем те, которые сокращались по длине и росли в толщину. Сказанное хорошо видно из микрофотографий, показанных на рис. 2 и 3.

Опыты со сплавами Л-62 и ЛС-59-1 заставляют считать, что перемена знака эффекта ц. т. о. связана с появлением β-фазы в сплаве в заметном количестве. Для проверки этого те образцы сплава Л-62, которые показывали отрицательный эффект ц. т. о., были подвергнуты часовому отжигу при 720° в окислительной атмосфере для выжигания части цинка, после чего заново были подвергнуты ц. т. о. Новая ц. т. о. образцов с уменьшенным после отжига количеством цинка и β-фазы (см. структуру на рис. 4), как и следовало ожидать, дали положительный эффект ц. т. о. Поэтому можно считать установленным, что в сплавах меди с цинком, где-то вблизи сплава с 38—38,5% цинка, происходит резкое изменение эффекта ц. т. о. с переменой знака его, как это и показано пунктиром на рис. 1.

Настоящая работа ставит на очередь вопрос о том, почему наличие объемноцентрированной кубической β-фазы в структуре сплава вызывает указанную перемену знака эффекта ц. т. о. Ответ будет получен при проводящемся исследовании сплавов, состоящих из чистой β-фазы, пока же возможно высказать два предположения. Во-первых, возможно, что чистая β-фаза, как и объемноцентрированная кубическая фаза железа — феррит, сама характеризуется отрицательным эффектом ц. т. о. и при достаточно большом количестве сообщает это свое свойство всему сплаву. Во-вторых, не исключено, что самое появление второй фазы с иным коэффициентом линейного расширения, иной теплопроводностью и иной степенью анизотропности модуля упругости и связанное с наличием второй фазы протекание фазового превращения при каждом цикле вследствие изменения взаимной растворимости двух фаз при разных температурах вызывают при ц. т. о. новые напряжения, которые могут не только компенсировать эффект чисто термических напряжений, но и создать отрицательный эффект ц. т. о. Возможно также, что существенную роль играют и протекающие при каждом цикле разупорядочение и частичное обратное упорядочение в β-фазе, т. е. переходы $\beta \rightleftarrows \beta'$ при 460—470°.

Поступило
6 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Бочвар, П. К. Новик, ДАН, 112, № 6, 1041 (1957).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. Е. КОБРИНСКИЙ, М. Г. БРЕЙДО, В. С. ГУРФИНКЕЛЬ,
А. Я. СЫСИН, М. Л. ЦЕЙТЛИН и Я. С. ЯКОБСОН

БИОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

(Представлено академиком А. А. Благонравовым 20 VI 1957)

Процесс возбуждения в живых структурах представляет собой сложный комплекс реакций, одним из проявлений которого является колебание электрического потенциала возбужденной ткани. В области изучения биоэлектрических явлений, сопровождающих процессы возбуждения, к настоящему времени достигнуты существенные результаты. Более или менее детально изучены амплитудные и частотные характеристики биотоков мозга (энцефалография), сердца (электрокардиография), скелетных мышц (электромиография), чувствительных элементов сетчатки глаза (электроретинография) и т. д. Эти результаты используются в течение многих лет как в физиологических исследованиях, так и для целей диагностики.

Успехи технических наук и чрезвычайно быстрое развитие работ, охватывающих вопросы управления в живых организмах и машинах, создают предпосылки для решения новых задач, связанных с использованием биоэлектрических сигналов для целей управления различными техническими устройствами и для решения ряда вопросов прикладной кибернетики.

Следует сказать, что попытка построить систему, управляемую биотоками, уже была сделана ([1]). Однако функции, возлагавшиеся авторами указанной работы на созданное ими устройство, были чрезвычайно скромны. Здесь биотоки мышц были использованы для целей включения и выключения магнита, замыкавшего механический схват.

Авторы настоящей работы поставили своей целью разработать биоэлектрическую систему, управляющую механическим сервоприводом в соответствии с программой, вырабатываемой человеком в форме колебаний биоэлектрических потенциалов мышц*. Возможность осуществления подобной системы основывается на результатах ряда исследований, в которых изучалась зависимость колебаний биоэлектрических потенциалов мышцы от ее функционального состояния.

Результаты указанных исследований вкратце сводятся к следующему: 1) колебания биопотенциалов мышцы являются постоянным и неотъемлемым проявлением процесса возбуждения, 2) возникновение биотока всегда предшествует сокращению мышцы, 3) между величиной биопотенциала и развиваемым мышцей напряжением существует однозначное соответствие, причем до некоторого уровня напряжения это соответствие оказывается приблизительно линейным.

---

* Система, подобная описанной ниже, может быть приведена в действие и от других сигналов — поступающих, например, из центральной нервной системы. Однако недостаточный уровень наших знаний относительно соотношений, связывающих произвольную деятельность человека с состоянием биопотенциалов его центральной нервной системы, исключают возможность использовать эти сигналы для целенаправленного действия.

На рис. 1 представлена осциллограмма биотоков, отведенных накладными электродами с поверхностного сгибателя пальцев при различных условиях его напряжения. Сложная, имеющая шумовой характер, форма кривой объясняется тем, что отводимые биотоки представляют собой суммарный эффект действия мышечных волокон данной мышцы, а также многочисленные колебания, наводимые волокнами соседних мышц, создающие дополнительный шумовой фон явления.

Первая задача, которая возникла при создании биоэлектрической системы управления, состояла в том, чтобы, обработав эти сложные сигналы, выделить полезную информацию о командах, поступающих из центральной нервной системы и регулирующих уровень напряжения мышцы. В качестве носителя полезной информации в описываемой системе использован только один параметр биоэлектрического сигнала — его мощность. Можно надеяться, что дальнейшие миографические исследования позволят использовать для целей управления и другие параметры этого сигнала — связанные, например, с его частотными или статистическими характеристиками.

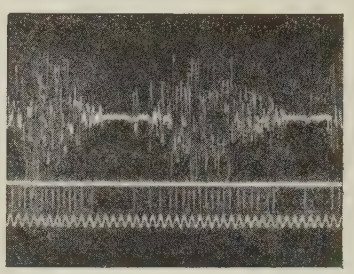


Рис. 1

Блок-схема системы управления представлена на рис. 2. Здесь биопотенциалы, усиленные биоточным усилителем, подаются в узел управ-

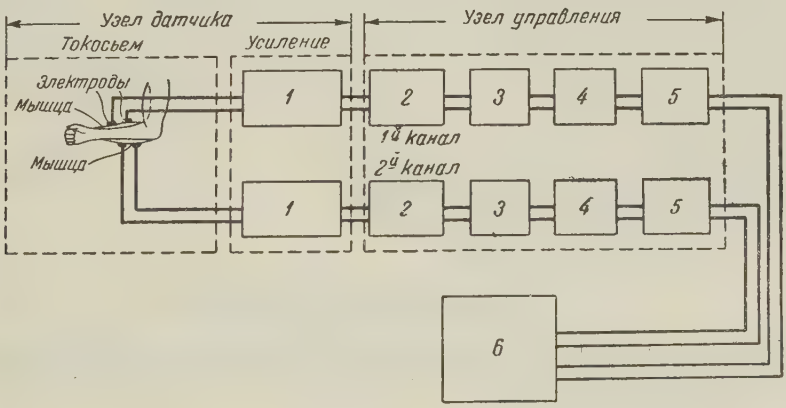


Рис. 2. Блок-схема системы управления. *1* — усилитель биопотенциалов, *2* — входной блок, *3* — детектор, *4* — суммирующий блок, *5* — блок формирования импульсов, *6* — узел сервопривода

ления. В узле управления прежде всего формируется огибающая кривой биотоков. Этот параметр может быть использован для целей управления непосредственно. Однако при создании первого макета биоэлектрической системы управления оказалось удобным ввести еще одно преобразование, в результате которого программа управления вырабатывается в форме совокупности дискретных сигналов, постоянных по уровню, причем частота этих сигналов пропорциональна амплитуде огибающей и, соответственно, уровню напряжения мышцы. Такое преобразование в описываемой системе осуществляется при помощи тиратронного релаксатора.

В нижней части рис. 1 эти дискретные программные сигналы записаны в форме вертикальных черточек, частота которых изменяется в соответствии с изменением уровня колебаний биотоков.

Как показано на рис. 2, система построена так, что одновременно отводятся биотоки с двух мышц-антагонистов. В результате этого на вход в узел сервопривода одновременно подаются две группы программных сигналов.

Сервопривод, реализующий программу управления, представляет собой механический шаговый двигатель, устройство которого во многом аналогично описанному в работе ([2]). Отличие состоит лишь в том, что в действующем макете биоэлектрической системы управления этот шаговый двигатель работает в дифференциальном режиме.

Как следует из общеизвестных свойств дифференциальных механизмов, величина и скорость перемещения ведомого звена сервопривода является при этом линейной функцией чисел программных сигналов и изменения этих чисел с течением времени.

В изготовленном и работающем макете биоэлектрической системы управления предполагается визуальная обратная связь. Другими словами, оператор, управляющий с помощью данного сервопривода работой какого-либо механизма, непосредственно следит за положением последнего и в соответствии с результатами наблюдения и с собственными намерениями напрягает ту или иную мышцу.

Однако в тех случаях, когда возникает задача управления многократно повторяющимся процессом, можно рассчитывать, что визуальная обратная связь не понадобится, поскольку между объектом управления и оператором установится обратная связь, основанная на действии проприорецепторов мышц. Одной из предполагаемых областей использования биоэлектрической системы управления и является изучение становления этих обратных связей.

Совершенно очевидно, что в технических приложениях представляется полная возможность также включить в схему действия системы управления цепь обратной связи, основанную не на визуальном принципе или действии проприорецепторов, а на применении специальных датчиков, работающих в автоматическом режиме.

Институт машиноведения Академии наук СССР
Центральный научно-исследовательский
институт протезирования и протезостроения,
Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
19 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. K. Battye, A. Nightingale, J. Willis, J.Bone and joint surg.,34—B August (1955). [2] М. Г. Брейдо, А. Е. Кобринский, В. К. Бесстрашнов, Станки и инструменты, № 12 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117. № 1

ХИМИЯ

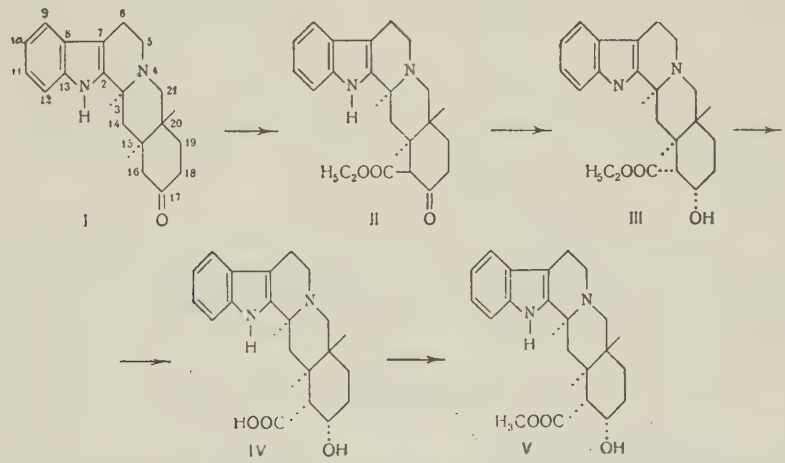
Л. А. АКСАНОВА и Н. А. ПРЕОБРАЖЕНСКИЙ

СИНТЕЗ АЛКАЛОИДА ИОХИМБИНА

(Представлено академиком И. Н. Назаровым 17 VI 1957)

В нашем сообщении ([1]) о синтетических исследованиях в области алкалоида иохимбина (V) описано получение апоиохимбина из иохимбона и эфира муравьиной кислоты. Этим была решена одна из основных задач в синтетическом получении действующего начала коры деревьев Corynanthe Johimbe — воспроизведение гидрированного кольца E, отвечающего по структуре и расположению атомов природному алкалоиду иохимбину (V). Однако осуществленный нами синтез апоиохимбина не дает еще возможности перейти к получению иохимбина, так как построение 16 α-карбометокси-17 α-оксииохимбана (V) из 16 α-карбометокси-иохимбен-16 весьма затруднительно.

В данной работе нами установлено, что иохимбон (I) реагирует с диэтилкарбонатом с образованием карбоэтоксииохимбона (II). Восстановлением



полученного эфира в III, последующим омылением в IV и этерификацией получен метиловый эфир иохимболкарбоновой кислоты, алкалоид иохимбин (V).

Реакция этилового эфира угольной кислоты с основанием иохимбона (т. пл. 296—298°) (I) в присутствии алкоголята натрия в среде сухого бензола проходит медленно, и необходимое для ее завершения нагревание вызывает некоторое осмоление и разрушение вещества. При взаимодействии в этих же условиях иохимбона и диметилового эфира угольной кислоты нам не удалось получить аналитически чистого вещества. Лучшие результаты достигнуты проведением конденсации иохимбона с большим избытком диэтилкарбоната при встряхивании в течение 3—4 дней при 18—20°. После отделения не вошедшего в реакцию ихимбона, удаления растворителя в вакууме и обработки продукта конденсации водой натриевую соль

энольной формы разлагают уксусной кислотой. Выпавший осадок извлекают хлороформом. Этиловый эфир иохимбонкарбоновой кислоты (II) — желтоватого цвета кристаллическое вещество. Температура плавления неочищенного основания 98—105°. Выход 60% теории.

Хлоргидрат, т. пл. 241—243° (из 70% этилового спирта).

	Найдено %:	C 65,68; 65,33;	H 6,20; 6,34;	N 6,72; 6,88
$C_{22}H_{27}O_3N_2Cl$.	Вычислено %:	C 65,59;	H 6,78;	N 6,95

Этиловый эфир иохимбонкарбоновой кислоты (II) был подвергнут каталитическому гидрированию в среде безводного этилового спирта в присутствии окиси платины при температуре 35—40° и 80 атм. Продукт восстановления не дает окрашивания с раствором хлорного железа. Выход этилового эфира иохимболкарбоновой кислоты (III) 93% теории.

Т. пл. 178—184° (разл.) (из 60% этилового спирта).

	Найдено %:	C 71,73; 71,72;	H 7,47; 7,72;	N 7,58; 7.97
$C_{22}H_{28}O_3N_2$.	Вычислено %:	C 71,74;	H 7,61;	N 7,61

Хлоргидрат, т. пл. 275—280° (разл.); (многократная кристаллизация из 70% этилового спирта).

	Найдено %:	C 65,08; 65,20;	H 7,17; 7,14;	N 7,91; 6,92
$C_{22}H_{29}O_3N_2Cl$.	Вычислено %:	C 65,26;	H 7,22;	N 6,92

Этот хлоргидрат основания III оказался идентичным с хлоргидратом этилового эфира иохимбиновой кислоты, полученной омылением природного алкалоида иохимбина поташом в 70% метаноле с последующей этерификацией этиловым спиртом.

Температура плавления хлоргидрата 279—281° (разл.) (из 70% этилового спирта).

	Найдено %:	C 65,23; 65,18;	H 7,25; 7,32;	N 6,96; 6,84
$C_{22}H_{29}O_3N_2Cl$.	Вычислено %:	C 65,26;	H 7,22;	N 6,92

Смешанная проба хлоргидратов этиловых эфиров природной и синтетической иохимболкарбоновых кислот депрессии не дала (т. пл. 277—280° (разл.)).

Природный алкалоид иохимбин является метиловым эфиром 16 α-карбокси-17 α-оксииохимбана (V). Поэтому мы произвели превращение полученного нами из иохимбона этилового эфира 15-карбокси-17-оксииохимбана (III) в метиловый эфир. С этой целью этиловый эфир изомерных β-оксикислот был омылен раствором поташа в среде 60% метанола. Выделена кислота.

Т. пл. 245—249° (разл.) (из воды).

	Найдено %:	C 70,48; 70,20;	H 7,08; 6,81;	N 8,20; 8,33
$C_{20}H_{24}O_3N_2$.	Вычислено %:	C 70,59;	H 7,06;	N 8,24

После этерификации β-оксикислоты IV метанолом, насыщенным хлористым водородом, нами был получен хлоргидрат метилового эфира иохимболкарбоновой кислоты (V). Полученное соединение было очищено через основание (водный аммиак), тартрат (спиртовый раствор (+)-винной кислоты), вновь основание (водный аммиак) и кристаллизацией из 70% этилового спирта. Метиловый эфир иохимболкарбоновой кислоты — игольчатые кристаллы.

Т. пл. 234—236°,5° (разл.) (деформируется 226°).

	Найдено %:	C 71,10;	H 7,23;	N 7,63
$C_{21}H_{26}O_3N_2$.	Вычислено %:	C 71,14;	H 7,34;	N 7,91

Хлоргидрат, т. пл. 299—302° (деформируется 294°).

	Найдено %:	C 64,42;	H 6,92;	N 6.86
$C_{21}H_{27}O_3N_2Cl$.	Вычислено %:	C 64,50;	H 6,91;	N 7,17

Смешанная проба с хлоргидратом природного алкалоида иохимбина (т. пл. 298—300°) депрессии не дала.

Таким образом, осуществленная нами работа является завершением полного синтеза алкалоида иохимбина, так как ранее этот синтез был проведен лишь до стадии иохимбона ([2]) и апоиохимбина ([1]).

Для подтверждения идентичности расположения карбометокси- и окси-групп в кольце Е природного и синтетического иохимбинов, мы применили метод, использованный Г. Фодором для установления пространственной конфигурации в ряду тропановых алкалоидов ([3]).

Синтезированный нами этиловый эфир иохимболкарбоновой кислоты (III) был восстановлен с помощью алюмогидрида лития в среде сухого тетрагидрофурана до иохимбилового спирта (VI). Выход 39,5% теории. Т. пл. 194—199°.

Найдено %: C 73,53; 73,41; H 7,77; 7,68; N 8,59; 8,63
$C_{20}O_{26}O_2N_2$. Вычислено %: C 73,57; H 7,97; N 8,59

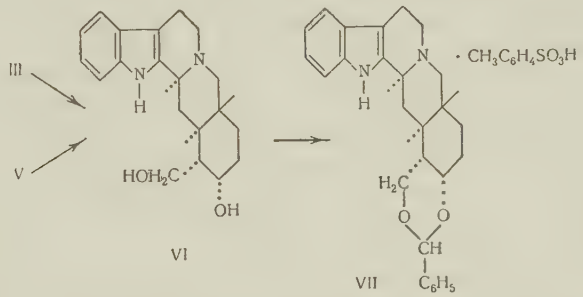
Хлоргидрат, т. пл. 282—284° (из 70% этилового спирта).

Найдено %: C 66,20; H 7,73; N 7,60
$C_{20}H_{27}O_2N_2Cl$. Вычислено %: C 66,21; H 7,45; N 7,72

Иохимбиловый спирт одновременно был получен нами восстановлением иохимбина с помощью алюмогидрида лития в аналогичных условиях. Хлоргидрат, т. пл. 283—285.

Найдено %: C 66,60; H 7,46; N 7,75
$C_{20}H_{27}O_2N_2Cl$ Вычислено %: C 66,21; H 7,45; N 7,72

Смешанная проба обоих веществ не дала депрессии температуры плавления.



Далее, синтетический иохимбиловый спирт (VI) при взаимодействии с бензальдегидом в присутствии *n*-толуолсульфокислоты дал *n*-толуолсульфонат бензилиденового производного VII.

Т. пл. 283—286°.

Найдено %: C 69,51; 69,54; H 6,43; 6,73; N 4,46; 4,55
$C_{34}H_{38}O_5N_2S$. Вычислено %: C 69,62; H 6,48; N 4,78

Иохимбиловый спирт (VI), полученный восстановлением природного алкалоида иохимбина (V), дал при взаимодействии с бензальдегидом в тех же условиях аналогичный циклический ацеталь.

Найдено %: C 69,50; 69,86; H 6,15; 6,52; N 4,61; 4,73
$C_{34}H_{38}O_5N_2S$. Вычислено %: C 69,62; H 6,48; N 4,78

Смешанная проба синтетического *n*-толуолсульфоната бензилиденового производного (т. пл. 283—285°) с *n*-толуолсульфонатом циклического ацеталя, синтезированного из природного алкалоида иохимбина (т. пл. 282—285°), не дала депрессии температуры плавления.

Московский институт тонкой химической технологии
им. М. В. Ломоносова

Поступило
16 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. С. Гусакова, Н. А. Преображенский, ДАН, **101**, № 6, 1061 (1955) [2] G. Swan, J. Chem. Soc., **1950**, 1534. [3] G. Fodor, O. Kovacs J. Chem. Soc., 53, 724.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ХИМИЯ

Академик А. А. БАЛАНДИН и Н. А. ВАСЮНИНА

ИЗБИРАТЕЛЬНОЕ ГИДРИРОВАНИЕ МОНОСАХАРИДОВ И МНОГОАТОМНЫХ СПИРТОВ

I. Как показано в научной и патентной литературе (обзор см. (1)), а также нашими опытами ((1), ср. (2)), над Ni-катализаторами в водном раствор при 150—300 атм. водорода происходят следующие реакции.

1. Моносахариды при 120—130° гидрируются практически нацел в соответствующие многоатомные спирты: ксилоза в ксилит, глюкоза в сор бит и т. п.

2. При повышении температуры отщепляются гидроксильные групп спиртов, причем в первую очередь концевые; так, из глицерина образуетс 1,2-пропиленгликоль, а из последнего изопропиловый спирт. Высши спирты теряют гидроксилы труднее, чем низшие.

3. Еще труднее при недостатке водорода (например, при недостаточ ном перемешивании) из моноз в количестве до нескольких процентов обра зуются уроновые кислоты, создающие кислую реакцию среды.

4. С этими реакциями отчасти конкурируют, но в общем происходят пр еще более высокой температуре (220—230°), реакции расщепления связ С—С, чаще всего посредине молекулы. Так, из сорбита в определенны условиях образуются пропиленгликоль и глицерин.

В зависимости от строения молекул указанная последовательност иногда несколько нарушается, но общая закономерность из опытного ма териала вырисовывается совершенно ясно.

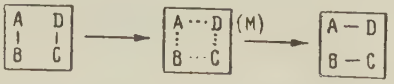
II. Среди работ, касающихся механизма этих реакций, интересны дв Шмидта (3) и, особенно, Натта, Ригамонти и Беати (4). Обе имеют дело Ni-катализаторами. Шмидт (3) на основании большого материала заклю чает, что при гидрогенолизе углеводов разрыв связи С—С происходи в положении 3,4. Он объясняет это тем, что образующиеся пентиты гекситы при 200° частично дегидрируются обратно в пентозы и гексозы, ал дегидная группа которых энолизируется, вследствие чего упрочняется се седняя связь С—С и ослабляется, а потом и разрывается следующая за не связь С—С. Объяснение Шмидта, однако, опровергается тем, что пр давлении водорода в 150—300 атм при 220° мало вероятна сколько-нибу заметная дегидрогенизация.

Натта, Ригамонти и Беати (4) считают, что в первую очередь происход та реакция, у которой ниже свободная энергия ΔF (при 298° K). Однак во-первых, это теоретически не обосновывается, а, во-вторых, оправд вается на опыте лишь для отдельных рядов соединений, а не в обще случае. Если бы правило итальянских авторов было всегда справедливо, т например, при гидрировании гексита сначала отщеплялись бы гидроксил ные группы (так как отщеплению первичного гидроксила соответству $\Delta F = -22\,000$ кал/ моль, и вторичного $\Delta F = -18\,000$ кал/моль), глицер же совсем не мог бы образоваться (так как здесь $\Delta F = -4600$ кал/мол Это полностью противоречит опыту.

III. Ниже к рассматриваемым реакциям применяется мультиплетна теория катализа (5), дающая правильную последовательность при гидр

ования и гидрогенолизе различных соединений ([5]), в том числе производных урана ([6]), триптицена ([7]) и органических перекисей ([8]).

Мультиплетная теория выделяет в молекуле реагирующие атомы в так называемую индексную, дублетную группу:



(1)

Эти атомы соприкасаются (хотя и не обязательно одновременно) с катализатором K. При этом скорость реакции тем больше, чем лучше соблюдается структурное и энергетическое соответствие. В рассматриваемом случае структурное соответствие действительно имеет место, как было показано раньше для тех же атомов ([5]). Энергетическое соответствие соблюдается тем более полно, чем ниже энергетический барьер ($-E$), или, иначе, чем больше величина

$$E = -Q_{AB} - Q_{CD} + (Q_{AK} + Q_{BK} + Q_{CK} + Q_{DK}), \qquad (2)$$

где Q — энергии связи, а A, B, C, D, K — те же атомы, что и в формуле (1).

Итак, чем больше E, тем больше скорость реакции. Следует подчеркнуть, что E — кинетическая величина это — энергия образования мультиплетного активного комплекса (равная $^4/_3$ энергии активации) с обратным знаком), а не теплота реакции, рассматривавшаяся в принципе Бертло, или ΔF у итальянских авторов.

Беря индексы интересующих нас реакций и подставляя в уравнение (2) значения Q (сводка которых дана в ([9])), для катализатора Ni получаем результаты, приведенные в табл. 1. При разрыве связей C—C $E > -48000$ ккал/моль, так как здесь эти связи испытывают хорошо известное значительное ослабление вследствие наличия при них гидроксилов. Это ослабление поддастся точному количественному учету, когда будут измерены индивидуальные энергии связи. Однако уже и теперь последовательность реакций в табл. 1 отвечает опыту (см. п. I), в отличие от теоретических результатов прежних авторов (см. п. II).

Таблица 1

Вычисленная сравнительная легкость E протекания реакций над Ni (влияние природы атомов в индексе)

№№ п.п.	Тип реакции	Индекс реакции	$E_{выч}$, кал/моль
1	Гидрогенизация карбонильной связи моносахаридов	>C H ‖ | O H	— 10 000
2	Восстановление спиртовой группы, гидрогенолиз связи C—O	⩾C H | | O H	— 17 000
3	Реакция Канницарро, образование уроновых кислот	>C H ‖ | O C⩽	— 32 000
4	Разрыв углеродной цепи спирта, гидрогенолиз связи C—C	⩾C H | | ⩾C H	> — 48 000

Кстати, данные табл. 1 ясно показывают, что в случае моносахаридов гидрироваться должна открытая, оксо-форма, для которой $E = -10\,000$ кал/моль, а не преобладающие в водном растворе циклические формы, для которых E меньше ($E = -17\,000$ кал/моль). При этом, как показывает гидрирование ацеталей над Ni ([10]), второй атом кислорода в α-положении не слишком сильно ослабляет связь C—O.

IV. Влияние строения на скорость реакции одного типа происходит вследствие влияния зарамочных заместителей. Так, введение заместителя, например при атоме A в формуле (1), влияет на Q_{AB} и Q_{AK} в формуле (2). От этого изменяется E ([11]), а следовательно, и скорость реакции. Расчет дает следующее.

Варьируя величины, содержащие A в уравнении (2), в уравнении для теплоты реакции $u = Q_{AD} + Q_{BC} - Q_{AB} - Q_{CD}$ (ср. формулу (1)) и в известном термодинамическом уравнении $\Delta F = -u - T\Delta S$, где S — энтропия, получаем

$$\begin{aligned} \delta E &= \delta Q_{AK} - \delta Q_{AB}, \\ \delta u &= \delta Q_{AD} - \delta Q_{AB}, \\ \delta \Delta F &= -\delta u - T\delta\Delta S. \end{aligned} \tag{3}$$

Из уравнений (3) следует, что, если ввести заместитель при A, то

$$\delta E = -\delta\Delta F - (T\delta\Delta S - \delta Q_{AD} + \delta Q_{AK}). \tag{4}$$

Для конденсированных (т. е. твердых и жидких) систем $\delta\Delta S$ должно быть мало; величины δQ_{AD} и δQ_{AK} тоже невелики по сравнению с $\delta\Delta F$ и, кроме того, входят в уравнение (4) с разными знаками. Поэтому, если при реакции не выделяется газов, то в уравнении (4) величина, стоящая в скобках, должна быть невелика. Водород находится в системе во всех случаях. На основании всего сказанного выше

$$\Delta E \cong -\delta\Delta F. \tag{5}$$

Таким образом, реакция должна идти тем скорее, чем больше уменьшение свободной энергии реакции $\delta\Delta F$, вызванное замещением. Уравнения (4) и (5) отличаются от закономерности Натта, Ригамонти и Беати прежде всего тем, что они касаются вариаций $\delta\Delta F$, а не самих ΔF. Кроме того, уравнения (4) и (5) обосновываются теоретически.

Таблица 2

Вычисленная сравнительная легкость δE протекания реакций гидрогенолиза связей C—O в многоатомных спиртах над Ni (влияние заместителей на реакцию 2 табл. 1)

№№ п.п.	Реакция	$\delta E = -\delta\Delta F_{выч}$, кал/моль
1	Гексит → метилпентит + H_2O	2600
2	Пентит → метилэритрит + H_2O	2600
3	Эритрит → метилглицерин + H_2O	2700
4	Эритрит → бутен-триол-(1,2,4) + H_2O	—300
5	Глицерин → пропиленгликоль-(1,2) + H_2O	2100
6	Глицерин → пропиленгликоль-(1,3) + H_2O	—1300
7	Пропиленгликоль → *н*-пропиловый спирт + H_2O	—1600
8	Пропиленгликоль → изопропилов. спирт + H_2O	2500
9	Этиленгликоль → этиловый спирт + H_2O	—2700

Для гидролиза рассматриваемых соединений в табл. 2 и 3 приведены величины $\delta\Delta F$, так же как и ΔF у итальянских авторов ([4]) вычисленные из свободных энергий образования по данным Паркса и Хаффмена ([12]). За начало отсчета $\delta\Delta F$ принято среднее между крайними значениями этой величины в данной таблице. Реакции, дающие газообразный метан, не включены в табл. 2 и 3 по причинам, указанным выше.

Можно видеть, что вычисленная по $\delta\Delta F$ последовательность реакций находится в согласии с опытом. Преимущественный разрыв углеродной цепи действительно происходит посредине (см. №№ 1, 4, 12 табл. 3) и объясняется тем, что здесь значение Q_{C-C} наименьшее, увеличиваясь к концам цепи. Первичные гидроксилы отщепляются легче, чем вторичные (см. №№ 3 и 5 в табл. 2). В табл. 1 в реакции 4 влияние гидроксильных групп учтено суммарно указанием, что $E > -48\,000$ кал/моль. Однако ясно, что чем больше накапливается гидроксильных групп, тем больше должна ослабляться связь C—C. Это соображение, в отличие от итальянских авторов, в состоянии объяснить то, что у высших спиртов — гекситов и пентитов — разрыв связи C—C предшествует отщеплению гидроксилов,

тогда как у низших — глицерина и этиленгликоля — наоборот. Поэтому образование 1,2-пропиленгликоля из глицерина (см. № 5 табл. 3) оказывается закономерным, причем то, что образуется именно 1,2-, а не 1,3-изомер (см. №№ 5 и 6 табл. 2), находится в согласии с опытом. Это объясняет, почему при гидрогенолизе сорбита получается смесь пропиленгликоля и глицерина разного состава.

Таблица 3

Вычисленная сравнительная легкость δE протекания реакций гидрогенолиза связей C—C в многоатомных спиртах над Ni
(влияние заместителей на реакцию 4 табл. 1)

№№ п.п.	Реакция	$\delta E = -\delta\Delta E_{выч}$ кал/моль
1	Гексит→2 моля глицерина	1200
2	Гексит→эритрит + этиленгликоль	400
3	Гексит→метанол + пентин	160
4	Метилпентит→глицерин + пропиленгликоль	700
5	Метилпентит→метилглицерин + этиленгликоль	500
6	Метилпентит→метилэритрит + метанол	—1060
7	Пентит→этиленгликоль + глицерин	1100
8	Пентит→эритрит + метанол	—40
9	Метилэритрит→этиленгликоль + пропиленгликоль	600
10	Метилэритрит→этанол + глицерин	—600
11	Метилэритрит→метанол + метилглицерин	—40
12	Эритрит→2 молекулы этиленгликоля	1200
13	Эритрит→глицерин + метанол	200
14	Метилглицерин→этанол + этиленгликоль	—1200
15	Метилглицерин→метанол + пропиленгликоль	200
16	Глицерин→этиленгликоль + метанол	—40

По самому существу дела величины δE из табл. 2 и 3 следует прибавить к E из табл. 1. В этом состоит главное отличие от способов расчета прежних авторов, позволяющее избегнуть противоречий с опытом, указанных в п. II. Влияние природы катализатора учитывается слагаемыми со значками K в уравнениях (2) и (4).

Таким образом, применение мультиплетной теории представляется весьма перспективным в области гидрирования моносахаридов и многоатомных спиртов, как это видно из табл. 1, 2 и 3; нами намечается дальнейшая разработка этих вопросов.

Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
6 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. В. Чепиго, А. А. Баландин, Н. А. Васюнина, А. П. Сергеев, Журн. хим. науки и пром., **2**, № 4, 416 (1957). [2] А. А. Баландин, Н. А. Васюнина, Г. С. Барышева, С. В. Чепиго, Изв. АН СССР, ОХН, № 3, 392 (1957). [3] O. Schmidt, Zs. phys. Chem., A **125**, 337 (1932). [4] G. Natta, R. Rigamonti, E. Beati, Ber., **76**, 641 (1943). [5] А. А. Баландин, Уч. зап. МГУ, **175**, 97 (1956). [6] А. А. Баландин, А. А. Пономарев, ЖОХ, **26**, 1146 (1956). [7] А. А. Баландин, Е. И. Клабуновский, ДАН, **113**, 585 (1957). [8] А. А. Баландин, Н. В. Никифорова, Л. Х. Фрейдлин, ДАН, **112**, 649 (1957). [9] А. А. Баландин, ДАН, **107**, 85 (1956). [10] M. Cabanac, C. R., **188**, 1257—1259 (1929). [11] А. А Баландин, ДАН, **97**, 667 (1954). [12] Г. Паркс, Г. Хаффмен, Свободная энергия органических соединений, М., 1936.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ХИМИЯ

А. Д. ГЕЛЬМАН, Н. Н. МАТОРИНА и А. И. МОСКВИН

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ОБРАЗОВАНИЯ И ПРОЧНОСТИ ОКСАЛАТНЫХ КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЙ Pu (III) В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ

(Представлено академиком И. И. Черняевым 24 VI 1957)

По литературным данным, Pu (III) проявляет значительно меньшую склонность к комплексообразованию по сравнению с Pu (IV). Хиндмен с сотрудниками (1) исследовал влияние изменения концентрации хлорной, соляной, азотной и серной кислот на спектры поглощения Pu (III). Хотя изменения спектров были малы, все же склонность различных кислот к комплексообразованию с Pu (III) представлена им в таком порядке: $ClO_4^- < Cl^- < NO_3^- < SO_4^=$.

Данные Томаса и Вернера (2) о получении оксалатного комплекса Pu (III) ставятся Хиндменом под сомнение, так как цвет раствора (зеленый вместо голубого) и условия проведения опытов требовали дополнительных доказательств, что оксалатный комплекс образует Pu (III), а не Pu (IV).

Нами изучалась спектрофотометрическим методом устойчивость к окислению кислородом воздуха растворов оксалатных, карбонатных, цитратных и этилендиаминтетраацетатных комплексных соединений Pu (III). В результате этого исследования удалось убедительно показать, что сомнения Хиндмена в отношении данных (2) были справедливы. Комплексные соединения Pu (III), типичного голубовато-синего цвета, были устойчивы к окислению кислородом воздуха только при проведении опытов в атмосфере азота или в присутствии очень сильного восстановителя.

Спектры поглощения указанных выше комплексных соединений Pu (III) имеют наиболее характерные максимумы поглощения приблизительно при длинах волн 565, 605, 665, 780—790, 905—910, 1090 мμ и сходны со спектром поглощения азотнокислого раствора Pu (III). Такое сходство спектров поглощения согласуется с предположением Хиндмена (3) относительно того, что комплексообразование может не давать заметных изменений в спектре поглощения Pu (III) в виду сильного экранирования 5*f*-электронов (спектры поглощения измерялись при комнатной температуре в области 400—1100 мμ на отечественном спектрофотометре СФ-4).

Установив условия, при которых оксалатные комплексы Pu (III) устойчивы к окислению кислородом воздуха, мы решили определить состав и константы нестойкости комплексных ионов Pu (III) с различными комплексообразователями. Для определения состава и прочности комплексных соединений широко используются различные физико-химические методы (4–14). В данной работе излагаются результаты, полученные при изучении оксалатных комплексов Pu (III) методом растворимости (при pH ~ 8) и методом ионного обмена (при pH 1,4—3,0). Необходимо отметить, что эти методы не позволяют установить истинное координационное число центрального атомы, однако они дают возможность определить отношение центральный атом — адденд и рассчитать константы нестойкости образующихся комплексных ионов.

Первоначально определялась растворимость $Pu_2(C_2O_4)_3 \cdot 9H_2O$ в водных растворах $K_2C_2O_4$ (0,01—2,4 мол/л) при температуре 20° и постоянной ионной силе раствора. Предварительными опытами было показано, что перемешивание в течение 4—6 час. вполне достаточно для установления равновесия между раствором и твердой фазой. Для предотвращения окисления Pu (III) через раствор пропускался непрерывной струей ток азота. Содержание плутония в растворах определялось радиометрическим методом. Результаты опытов по определению растворимости приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Растворимость $Pu_2(C_2O_4)_3 \cdot 9H_2O$ в водных растворах $K_2C_2O_4$ и $(NH_4)_2C_2O_4$

Концентрация $K_2C_2O_4$, мол/л	Растворимость оксалата Pu(III), мол/л	Концентрация $(NH_4)_2C_2O_4$, мол/л	Растворимость оксалата Pu(III), мол/л
0,01	$3,53 \cdot 10^{-5}$	0,07	$2,02 \cdot 10^{-4}$
0,025	$7,54 \cdot 10^{-5}$	0,13	$2,90 \cdot 10^{-4}$
0,05	$1,00 \cdot 10^{-4}$	0,225	$4,70 \cdot 10^{-4}$
0,075	$1,09 \cdot 10^{-4}$	0,28	$5,66 \cdot 10^{-4}$
0,10	$1,55 \cdot 10^{-4}$	0,35	$6,90 \cdot 10^{-4}$
0,2	$2,7 \cdot 10^{-4}$	0,41	$8,19 \cdot 10^{-4}$
0,3	$4,04 \cdot 10^{-4}$	0,49	$9,75 \cdot 10^{-4}$
0,6	$1,01 \cdot 10^{-3}$	0,56	$1,14 \cdot 10^{-3}$
0,8	$1,71 \cdot 10^{-3}$	0,62	$1,50 \cdot 10^{-3}$
0,9	$2,27 \cdot 10^{-3}$	0,66	$2,05 \cdot 10^{-3}$
1,2	$3,46 \cdot 10^{-3}$	0,70	$2,25 \cdot 10^{-3}$
1,51	$5,91 \cdot 10^{-3}$		
1,81	$8,45 \cdot 10^{-3}$		
2,00	$1,06 \cdot 10^{-2}$		
2,41	$1,87 \cdot 10^{-2}$		

Произведение растворимости L_p оксалата Pu (III), вычисленное из данных по растворимости $Pu_2(C_2O_4)_3 \cdot 9H_2O$ в воде при 20 и 70° *, равно, соответственно, $1,62 \cdot 10^{-25}$ и $2,52 \cdot 10^{-22}$.

На основании полученных результатов установлен состав и рассчитаны методом наименьших квадратов (6) общие константы нестойкости оксалатных комплексных ионов Pu (III). В исследованной области концентраций $K_2C_2O_4$ образуются комплексные ионы (точнее соотношение между Pu (III) и C_2O_4''-ионом):

$$[Pu(C_2O_4)_2]^-, \quad [Pu(C_2O_4)_3]^{3-} \text{ и } [Pu(C_2O_4)_4]^{5-},$$

общие концентрационные константы нестойкости которых, соответственно, равны $4,9 \cdot 10^{-10}$; $4,1 \cdot 10^{-10}$ и $1,2 \cdot 10^{-10}$. Зависимость концентрации данных ионов от концентрации комплексообразователя показана на рис. 1.

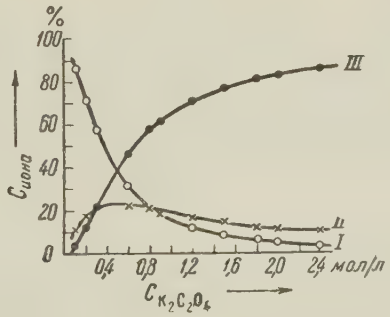


Рис. 1. Влияние концентрации C_2O_4'' иона на концентрацию комплексных ионов: *I* — $[Pu(C_2O_4)_2]^-$, *II* — $[Pu(C_2O_4)_3]^{3-}$, *III* — $[Pu(C_2O_4)_4]^{5-}$

Аналогичным образом была определена растворимость $Pu_2(C_2O_4)_3 \cdot 9H_2O$ в водных растворах $(NH_4)_2C_2O_4$ в области концентрации оксалата аммония от 0,07 до 0,7 мол/л при 70° (см. табл. 1). Установлено, что в этих условиях образуются комплексные ионы того же состава, общие константы нестойкости которых равны для $[Pu(C_2O_4)_2]^-$ $11,6 \cdot 10^{-9}$, $[Pu(C_2O_4)_3]^{3-}$ $5,6 \cdot 10^{-9}$, $[Pu+(C_2O_4)_4]^{5-}$ $2,5 \cdot 10^{-9}$.

* Растворимость $Pu_2(C_2O_4)_3 \cdot 9H_2O$ в воде при 20° составляет $4,32 \cdot 10^{-6}$ мол/л и при 70° $1,88 \cdot 10^{-5}$ мол/л.

Рассчитана также теплота образования комплексных ионов для реакции: $Pu^{3+} + nC_2O_4'' \rightleftarrows [Pu(C_2O_4)_n]^{3-2n}$ (1). Найдено, что ΔQ для иона $[Pu(C_2O_4)_2^-]$ равна 1300 кал., $[Pu(C_2O_4)_3]^{3-}$ 1200 кал. и $[Pu(C_2O_4)_4]^{5-}$ 1300 кал.

Данные о комплексообразовании Pu (III) с C_2O_4''-ионами, полученные методом растворимости, были подтверждены методом ионного обмена.

Исследовалось распределение Pu (III) между одномолярным раствором NH_4Cl и катионитом КУ-2 ([15]) в зависимости от pH раствора. NH_4Cl добавлялся для поддержания постоянства ионной силы растворов ($\mu \simeq 1$).

Рис. 2. Влияние pH раствора на концентрацию ионов: *I* — Pu^{3+}, *II* — $[Pu(C_2O_4)_2]^-$, *III* — $[Pu(HC_2O_4)_4]^-$

Было изучено также распределение Pu (III) между 1 *M* раствором NH_4Cl и катионитом в присутствии 0,005*M* $H_2C_2O_4$ при изменении pH раствора от 1,4 до 3,0. Растворы с адсорбентом ($v = 25$ мл; навеска смолы 0,5 г) встряхивались в течение 3 час. в атмосфере азота при температуре $20 \pm 1°$ до установления равновесия (опыты проводились с индикаторными количествами плутония). Экспериментальные данные показаны в табл. 2.

В исследованном интервале pH 1,4—3,0 в комплексообразовании могут принимать участие как C_2O_4''-ионы, так и HC_2O_4'-ионы. Концентрации этих ионов определялись из уравнений первой и второй ступеней диссоциации щавелевой кислоты при ионной силе $\mu \simeq 1$, создаваемой NaCl. Константы диссоциации $H_2C_2O_4$, найденные нами путем потенциометрического титрования, оказались равными:

$$K_1 = 1{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ и } K_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}.$$

Вычисление по методу Шуберта и др. ([9]) показало, что в данных растворах в интервале pH 1,4—3,0 образуются комплексные ионы $[Pu(HC_2O_4)_4]^-$ и $[Pu(C_2O_4)_2]^-$, общие константы нестойкости которых, соответственно, равны $1{,}1 \cdot 10^{-11}$ и $7{,}1 \cdot 10^{-10}$. На рис. 2 изображена зависимость концентрации комплексных ионов $[Pu(HC_2O_4)_4]^-$ и $[Pu(C_2O_4)_2]^-$, а также концентрации свободных ионов Pu^{3+} от pH раствора.

Таблица 2

Распределение Pu (III) между 1 *M* раствором NH_4Cl и катионитом при различных значениях pH

В отсутствие комплексообразователя				В присутствии комплексообразователя		
равновесное pH раствора NH_4Cl	концентрация Pu^{3+} в равновесном растворе в % от исходной, a_0	адсорбированное количество Pu^{3+} в % от исходного, q_0	$A = \frac{a_0}{q_0}$	равновесное pH раствора	общее количество Pu^{3+} в равновесном растворе в % от исходного, a	адсорбированное количество Pu^{3+} в % от исходного, q
1,63	28,4	71,6	0,40	1,47	35,8	64,2
2,00	28,6	71,4	0,40			
2,29	28,5	71,5	0,40	1,60	42,6	57,4
2,40	27,8	72,2	0,39	1,73	56,8	43,2
2,95	29,0	71,0	0,41	1,80	64,4	35,6
3,18	30,6	69,4	0,44	1,90	72,3	27,7
3,34	27,4	72,6	0,38	2,00	79,0	21,0
3,48	29,1	70,9	0,41	2,35	94,0	6,0
				2,40	95,0	5,0
				2,50	96,8	3,2
				2,65	98,0	2,0

Значение общей константы нестойкости комплексного иона $[Pu(C_2O_4)_2]^-$, полученное методом ионного обмена, удовлетворительно совпадает со значением, полученным методом растворимости.

Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
13 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1–3] «Актиниды», под ред. Г. Сиборга и Каца, стр. 279, 280, 277 (1955). [4] W. H. Reas, The Transuranium Elements by G. Seaborg, part I, p. p. 3, 4, p. 423 (1949). [5] В. В. Фомин, ЖФХ, 29, в. 9 (1955). [6] К. Б. Яцимирский, ЖФХ, 25, 475 (1951). [7] C. E. Crouthamel, D. S. Martin, J. Am. Chem. Soc., 72, № 3, 1383 (1950). [8] S. Froneus, Acta Chem. Scand., 5. 859 (1961). [9] J. Shubert, E. R. Russel, L. S. Mayer, J. Biol. Chem. 185, 387 (1940). [10] С. Ю. Елович, Н. Н. Маторина. ЖФХ, 30, в. 2, 383 (1956). [11] В. И. Парамонова, В. Б. Колычев, Журн. неорг. хим., 1, в. 8, 1896 (1956). [12] В. И. Парамонова. А. С. Воеводский, Журн. неорг. хим., 1, в. 8, 1905 (1956). [13] Г. А. Князев. В. В. Фомин, О. Н. Захаров-Нарциссов, Журн. неорг. хим., 1, в. 2, 342 (1956). [14] М. М. Сенявин, А. И. Тихонова, Журн. неорг. хим., 1, в. 12 (1956). [15] Е. Б. Тростянская, Н. П. Лосев, А. С. Тевлина, Усп. хим., 26, в. 1, 69 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957, Том 117, № 1

ХИМИЯ

Академик А. Н. НЕСМЕЯНОВ и Н. С. КОЧЕТКОВА

ГОМОЛОГИ ФЕРРОЦЕНА С ТРЕТИЧНЫМ АЛКИЛЬНЫМ РАДИКАЛОМ

Осуществленное нами впервые ([1], [2]) алкилирование ферроцена по реакции Фриделя — Крафтса позволило получить ряд моноалкильных гомологов ферроцена от C_1 до C_5, а также диалкилферроцены и несколько полиалкилированных гомологов. Измерением и.-к. спектров было установлено ([2], [4]), что полученные так диалкилферроцены содержат оба алкильных заместителя в одном кольце циклопентадиена.

В настоящей работе удалось использовать в качестве алкилирующего средства кроме галоидных алкилов также изобутилен и получить в зави-

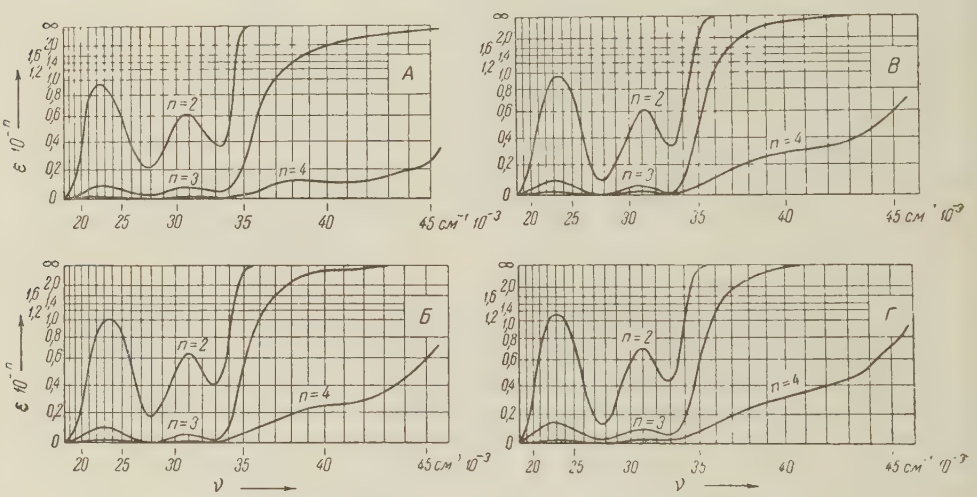


Рис. 1. Спектры поглощения в у.-ф. ферроцена (*А*), этилферроцена (*Б*), изопропилферроцена (*В*) и трет.-бутилферроцена (*Г*). Растворитель — изооктан; $C_{мол} = 1 \cdot 10^{-n}$; $d = 0{,}5$ см

симости от выбранных условий до 50% монотретично-бутилферроцена при общем выходе продуктов алкилирования 30% (см. табл. 2). Трет.-бутилферроцен, ди-трет.-бутилферроцен, ди-трет.-амилферроцен, так же как и все ранее полученные нами продукты алкилирования, содержат одно свободное кольцо циклопентадиена и имеют характеристические частоты в области 1003 и 1107 $см^{-1}$. Сравнение найденных значений молекулярной рефракции показывает, что в гомологическом ряду алкил-ферроценов наблюдается обычная аддитивность молекулярной рефракции (см. табл. 1); это согласуется с почти полным тождеством кривых поглощения в ультрафиолетовой области самого ферроцена и его гомологов* (см. рис. 1).

* Измерение у.-ф. спектров проведено И. Я. Качкуровой в лаборатории чл.-корр. АН СССР И. В. Обреимова, за что авторы выражают им свою глубокую признательность

Разность найденной молекулярной рефракции и сумма атомных рефракций С и Н в исследованных нами гомологах ферроцена колеблется от 13,58 до 13,89 и в среднем составляет 13,74. Она включает атомную рефракцию железа и инкремент структуры ферроцена (π-связи и пр.) и может быть условно названа инкрементом ферроцена. Эта величина приводит для ферроцена к вычисленной молекулярной рефракции 48,91, а не 46,8 (как это дано в работе Ричмонда и Фризери ([3]) со ссылкой на частное сообщение Вудворда). Насколько эта величина сохранит свое постоянство в других производных ферроцена, сказать пока невозможно.

Таблица 1

	n_D^{20}	d_4^{20}	M	$MR_{найд}$	Сумма* атомных рефракций С и Н	Инкремент ферроцена, включая атомную рефракцию железа	Гомологическая разность „CH_2“	
							найд.	выч.
$C_2H_5C_{10}H_9Fe$ ([2])	1,6010	1,2628	214,08	58,06	44,316	13,74	—	—
$(C_2H_5)_2C_{10}H_8FeI$ ([2])	1,5822	1,2002	242,13	67,35	54,652	13,70	4,64	4,618
$(C_2H_5)_2C_{10}H_8FeII$ ([2])	1,5850	1,2041	242,13	67,39	53,652	13,74	4,66	4,618
i-$C_3H_7C_{10}H_9Fe$	1,5897	1,2230	228,11	62,92	49,034	13,89	4,86	4,618
t-$C_4H_9C_{10}H_9Fe$	1,5790	1,2013	242,13	67,54	53,652	13,89	4,62	4,618
t-$C_5H_{11}C_{10}H_9Fe$	1,5760	1,1798	256,16	71,85	58,270	13,58	4,31	4,618
					Среднее	13,74	4,62	

* Атомные рефракции взяты по Эйзенлору.

Экспериментальная часть

Трет.-бутилферроцены из ферроцена и хлористого трет.-бутила. В раствор 40 г ферроцена в 300 мл абс. петролейного эфира, 7, 5 г хлористого трет.-бутила в течение часа введен раствор трет-бутилхлорида в 20 мл абс. петролейного эфира. После нагревания в течение 5 час. при 50° проведено разложение реакционной смеси обычным способом ([1]). Возвращено 17 г ферроцена (т. пл. 172—173°), получено жидких продуктов реакции 14,8 г. Получено трет-бутилферроцена 5,3 г, $n_D^{20} = 1,5790$; $d_4^{20} = 1,2013$, т. кип. 103—105°/4 мм. $MR_{найд} = 67,54$.

Найдено %: С 69,54; 69,46; Н 7,42; 7,50; Fe 22,90; 22,98
$C_{14}H_{18}Fe$. Вычислено %: С 69,51; Н 7,40; Fe 23,09

Также получено ди-трет.-бутилферроцена 6,8 г, $n_D^{20} = 1,5581$, $d_4^{20} = 1,1336$, т. кип. 124,5—125°/3 мм, $MR_{найд} = 85,51$.

Найдено %: С 72,56; 72,40; Н 8,46; 8,42; Fe 19,04; 18,73
$C_{18}H_{26}Fe$. Вычислено %: С 72,98; Н 8,69; Fe 18,43

Кроме того получена высококипящая фракция, т. кип. 130—180°/4 мм, которая не подвергалась дальнейшему исследованию. По результатам анализа продукты полиалкилирования содержат в среднем 4 бутильных остатка на один остаток ферроцена.

Найдено %: С 76,67; 76,55; Н 8,96; 9,00; Fe 13,75; 13,58
$C_{26}H_{42}Fe$. Вычислено %: С 76,25; Н 10,10; Fe 13,65

Трет.-бутилферроцены из изобутилена. Взвесь 20 г ферроцена, 200 мл абс. n-гептана, различного количества охлажденного жидкого изобутилена и сухого хлористого алюминия (см. табл. 2) загружена в стальной автоклав емкостью 0,5 л и подвергнута нагреванию при непрерывном перемешивании в течение различного времени. После

разложения обычным способом и отгонки растворителя возвращено обратно некоторое количество ферроцена и получены жидкие продукты темно-красного цвета (см. табл. 2).

Таблица 2

Введено в реакцию			Температура реакции, °С	Время, час.	Возвращено ферроцена, г	Получено жидких продуктов, г	Средний выход, % на прореагир. ферроцен	I фракция 100—110°/5 мм n_D^{20} = =1,5760—1,5790		II фракция 110—120°/5 мм n_D^{20} = =1,5550—1,5580		III фракция выше 130°/5 мм n_D^{20} ⩽1,54	
ферроцена, г	$CH_2=C(CH_3)CH_3$, мл	$AlCl_3$, г						г	% к общ. выходу	г	% к общ. выходу	г	% к общ. выходу
20	30	—	50—60	5	16	0,8	2	0,15	18,8	0,07	8,7	0,16	20
20	30	0,5	50—60	5	6,8	2	5	0,16	8	0,2	10	0,48	24
20	30	1,0	50—60	5	11,4	1,6	4	0,22	13,7	0,32	20	—	—
20	30	7,5	50—60	5	—	31	—	—	—	—	—	7,3*	20**
20	30	7,5	20	24	8	6,3	30	3,2	51	2,35	37,3	—	—
20	250	7,5	20	24	—	92	100	—		—		12*	40**

* И более высококипящие продукты.
** Выход подсчитан в % на взятый ферроцен.

Трет.-амилферроцены из 2-метил-2-хлорбутана. Аналогично из 40 г ферроцена и 30 мл 2-метил-2-хлорбутана получено 1,9 г (13,7%) трет.-амилферроцена, n_D^{20} =1,5760, d_4^{20} = 1,1798. $MR_{найд}$ = =71,85, т. кип. 135—136°/4 мм.

Найдено %: C 70,44; 70,40; H 7,85; 7,87; Fe 21,69; 21,51
$C_{15}H_{20}Fe$. Вычислено %: C 70,327; H 7,870; Fe 21,813

Ди-трет.-амилферроцена выход 2,6 г (15,2%), n_D^{20} = 1,5602, d_4^{20} = 1,1469; т. кип. 162—163°/4 мм.

Найдено %: C 73,95; 73,65; H 8,86; 8,73; Fe 18,37; 16,80
$C_{20}H_{30}Fe$. Вычислено %: C 73,61; H 9,267; Fe 17,123

Возвращено непрореагировавшего ферроцена 30 г.

Поступило
3 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Н. Несмеянов, Н. С. Кочеткова, ДАН, **109**, № 3, 545 (1956). [2] А. Н. Несмеянов, Н. С. Кочеткова, ДАН, **114**, № 4, 800 (1957). [3] H. H. Richmond, H. Freiser, J. Am. Chem. Soc., **77**, 2022 (1955) [4] А. Н. Несмеянов, Л. А. Козицина, Б. В. Локшин, И. И. Крицкая, ДАН **117**, № 3 (1957).

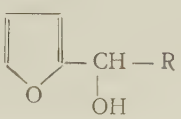
Доклады Академии наук СССР
1957, Том 117, № 1

ХИМИЯ

Член-корреспондент АН СССР Н. И. ШУЙКИН и И. Ф. БЕЛЬСКИЙ

СЕЛЕКТИВНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ АЛКИЛФУРИЛКАРБИНОЛОВ В АЛКИЛФУРАНЫ НА ПАЛЛАДИЕВОМ КАТАЛИЗАТОРЕ

Реакция гидрирования соединений типа

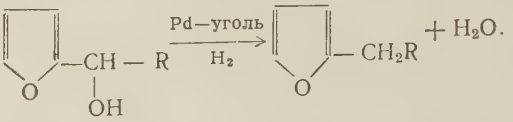


де R может быть атомом водорода, алкильным или арильным радикалом, зучена достаточно подробно как в отношении многообразия соединений, так в отношении числа примененных катализаторов. В зависимости от природы атализатора и структуры соединений, гидрирование последних может роходить в трех направлениях: 1) гидрированию могут подвергаться только двойные связи в фурановом цикле, в результате чего получаются спирты ряда тетрагидрофурана; 2) может происходить гидрогенолиз цикла по дной или обеим С—О-связям с образованием соответственно алкандиолов и лканолов; 3) может происходить полное восстановление боковой группы заменой гидроксила атомом водорода; 4) наконец, все или некоторые из указанных реакций в определенных условиях могут протекать одновременно.

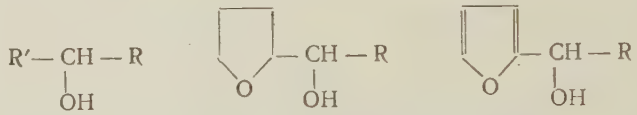
Никелевые катализаторы, в особенности никель Ренея, оказались весьма активными в проведении реакции гидрогенизации кратных связей в фурановом цикле. Так, Поль ([1]) гидрированием фурилового спирта, а также метил-, этил-, пропил-, и фенил-фурилкарбинолов на никеле Ренея при 50—80° получал соответствующие производные тетрагидрофурана с выходами 90—100%. На платиновом катализаторе, промотированном солями железа, гидрирование фурилового спирта ([2]) и алкилфурилкарбинолов ([3]) проходило также главным образом в сторону образования соответствующих тетрагидропроизводных. Однако этот катализатор, даже при низких температурах, способствует гидрогенолизу фуранового цикла по одной или обеим эфирным связям, в результате чего образуются алкандиолы и алканолы. Эта последняя реакция особенно легко протекает на медных катализаторах, в частности на хромите меди. Коннор и Адкинс ([4]) в результате гидрирования фурилового спирта на хромите меди при 200—250° в жидкой фазе получили сильван, пентанол-1 и пентандиолы-1,2 и -1,5. Медные катализаторы в различной форме оказались также наиболее эффективными в реакции восстановления гидроксильной группы в фуриловом спирте без гидрирования двойных связей в цикле ([5]). Эта реакция нашла промышленное применение при получении сильвана из фурфурола.

Как хорошо известно, палладий является превосходным катализатором гидрирования двойных связей в фурановом цикле как в жидкой ([6]), так и в паровой фазе ([7]). Однако предпринятая нами попытка прогидрировать в паровой фазе на палладированном угле фурановое кольцо в алкилфурилкарбинолах привела к неожиданным и интересным результатам. Вместо гидрирования двойных связей в фурановом цикле происходил гидрогено-

лиз связи С—ОН и замена гидроксильной группы атомом водорода. Это приводило к превращению метил- и этилфурилкарбинолов соответственно в α-этил- и α-пропилфураны с выходами 70—80% от теоретического:



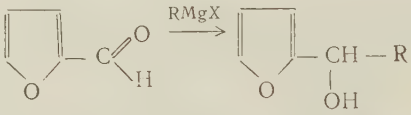
Способность связи между атомом углерода и гидроксильной группой в алкилфурилкарбинолах легко расщепляться под действием водорода на катализаторах является специфическим свойством данного типа соединений. Так, гидроксильная группа в пентаноле-2 даже при более высоких температурах не замещается водородом в сколько-нибудь заметных количествах. Весьма замечательным является также тот факт, что гидроксильная группа в алкилтетрагидрофурилкарбинолах совершенно не обладает способностью к восстановлению в тех условиях, при которых эта реакция имеет место в алкилфурилкарбинолах. Метилтетрагидрофурилкарбинол, проведенный нами над палладированным углем в тех же условиях, при которых происходило гидрирование метилфурилкарбинола, остался без изменения. Таким образом, из трех типов соединений



I II III

только в алкилфурилкарбинолах (III) С—О-связь в боковой цепи настолько ослаблена, что легко разрывается под действием водорода на палладированном угле. Причину этого факта следует, по-видимому, искать в эффекте сопряжения С—О-связи в боковой цепи с двойной связью в фурановом цикле.

Метил- и этилфурилкарбинолы синтезировались по схеме:



Метилфурилкарбинол обладал следующими свойствами: т. кип. 76—77° (23 мм), d_4^{20} 1,0780 и n_D^{20} 1,4800.

Этилфурилкарбинол кипел при 73—75° (8 мм) и имел d_4^{20} 1,0492 и n_D^{20} 1,4786.

Метилтетрагидрофурилкарбинол, полученный гидрированием метилфурилкарбинола в жидкой фазе на скелетном Ni — Al-катализаторе при 130—150°, имел следующие константы: т. кип. 92—93°/40 мм, d_4^{20} 1,0150 n_D^{20} 1,4485.

Палладированный уголь, содержащий 10% палладия, готовился по Зелинскому (⁵) — пропитыванием активированного березового угля раствором H_2PdCl_4 с последующим осаждением мелкодисперсного палладия на уголь формалином и раствором едкого кали. Отличие методики приготовления нашего катализатора от катализатора Н. Д. Зелинского заключалось в том, что осаждение Pd-черни на носитель в присутствии формалина мы производили не едким натром, а едким кали, который, по наблюдениям одного из нас, является промотором металлических катализаторов. Кроме того, после осаждения Pd-черни на уголь мы устраняли избыто

делочи не уксусной, а разбавленной соляной кислотой. Такой прием устраняет образование коллоидальной пленки и обеспечивает получение катализатора с воспроизводимыми свойствами.

Гидрирование алкилфурилкарбинолов проводилось в паровой фазе при 200—230°, с объемной скоростью 0,1 $час^{-1}$ порциями по 50 г. Катализаты, высушенные хлористым кальцием, разгонялись на колонке эффективностью в 40 т. т.

α-Этилфуран и α-пропилфуран, полученные с выходами, соответственно 80 и 70% от теоретического, обладали следующими свойствами:

α-Этилфуран, т. кип. 91—91,5°/750 мм, d_4^{20} 0,9018 и n_D^{20} 1,4402.

α-Пропилфуран, т. кип. 114—115°/750 мм, d_4^{20} 0,8876 и n_D^{20} 1,4395.

Реакция восстановительного дегидроксилирования алкилфурилкарбинолов в алкилфураны представляет весьма интересный случай селективного действия палладиевого катализатора. Помимо теоретического интереса, она может иметь и важное значение в препаративном отношении, поскольку позволяет избежать в синтезе алкилфуранов стадии дегидратации алкилфурилкарбинолов, протекающей обычно не очень гладко.

Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
10 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. Paul, Bull. Soc. Chim., (5), **4**, 846 (1947). [2] W. Kaufmann, R. Adams, J. Am. Chem. Soc., **45**, 3029 (1923). [3] J. Pierce, R. Adams, J. Am. Chem. Soc., **47**, 1098 (1925). [4] R. Connor, H. Adkins, J. Am. Chem. Soc., **54**, 4687 (1932). [5] J. Bremner, R. Keeys, J. Chem. Soc., **1947**, 1068. [6] Starr, Hixon, J. Am. Chem. Soc., **56**, 1595 (1934). [7] Н. И. Шуйкин с сотр., ЖОХ, **7**, 1501 (1937); ЖОХ, **8**, 674 (1938). [8] Н. Д. Зелинский и П. П. Борисов, Ber., **57**, 150 (1924).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Д. К. БЕЛАЩЕНКО

О СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЖИДКИХ СПЛАВОВ НЕКОТОРЫХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 25 IV 1957)

В работе предпринята попытка измерить и сопоставить различные физические свойства жидких сплавов некоторых двойных систем и определить наиболее вероятные характерные черты ближнего порядка в соответствующих жидкостях. Нами установлены некоторые закономерности, касающиеся влияния электронной концентрации на свойства жидких сплавов, связи между их термодинамическими и кинетическими свойствами и соотношения структур сплавов в жидком и твердом состояниях.

В качестве «структурно-чувствительных» свойств жидкости были выбраны вязкость и электросопротивление. Схема установки, на которой проводились измерения этих свойств, показана на рис. 1.

Примененный нами метод является совмещением метода измерения кинематической вязкости по затуханию крутильных колебаний цилиндрического тигля с жидкостью, подвешенного на упругой нити ([1]), и метода измерения электропроводности по величине угла закручивания образца во вращающемся магнитном поле ([2]). Установка позволяет определять вязкость и электросопротивление в процессе одного эксперимента. Вращающееся магнитное поле создается тремя парами катушек, расположенных на внутренней поверхности корпуса установки. Нагревательным элементом является графитовая труба, окруженная слоем теплоизоляции (сажа). Электросопротивление определяется из угла закручивания α, который регистрируется с помощью светового луча, отражаемого укрепленным на подвеске сферическим зеркальцем. Кинематическая вязкость определяется из декремента затухания свободных крутильных колебаний тигля с металлом. Случайная ошибка измерений вязкости составляла $\sim 2\%$.

Двойные системы были выбраны в соответствии с типом их диаграммы состояния. В связи с этим были исследованы жидкие сплавы систем Sb — Sn (кривая ликвидуса монотонно поднимается от Sn к Sb), Cd — Sb (наличие на диаграмме состояния стабильного интерметаллида CdSb и метастабильного, кристаллизующегося при охлаждении расплава соединения Cd_3Sb_2), Cd — Cu (наличие электронного соединения со структурой γ-латуни и соответствующего ей максимума на кривой ликвидуса), Pb — Tl (диаграмма с очень плоским максимумом на кривой ликвидуса), Bi — Tl (кривая ликвидуса с двумя максимумами) и Fe — Ni (полная растворимость при высоких температурах в твердом состоянии).

В работе использовались: спектрально чистое олово, сурьма со следами железа, кадмий со следами меди, спектрально чистый свинец, таллий со следами меди и серебра, висмут со следами меди, электролитические медь, железо и никель. Все эксперименты проводились в атмосфере водорода. Чистые металлы, кроме никеля, меди, сурьмы и железа, и сплавы, кроме сплавов железа с никелем, были приготовлены путем совместного сплавления в водороде и последующей фильтрации через пористые стеклянные

фильтры (под давлением). Фильтрация применялась для удаления из жидкости различных нерастворимых примесей, сильно влияющих на вязкость.

На рис. 2 приведены изотермы кинематической вязкости ν и электросопротивления ρ' (в относительных единицах) в зависимости от концентрации для жидких сплавов системы Cd — Sb, кристаллизующихся согласно метастабильной диаграмме состояния. Изотермы вязкости имеют в области концентраций 40—50 ат. % Sb максимум, резко выраженный при 450—550° С и постепенно сглаживающийся при повышении температуры. При понижении температуры максимум ν смещается от 50 ат. % Sb к меньшим содержаниям Sb, т. е. к составу Cd_3Sb_2. При 50—80% Sb жидкие сплавы Cd — Sb обладают аномальным термическим коэффициентом электросопротивления.

Эти данные позволяют считать, что после плавления сплавов, близких к CdSb, в жидкой фазе продолжает со-

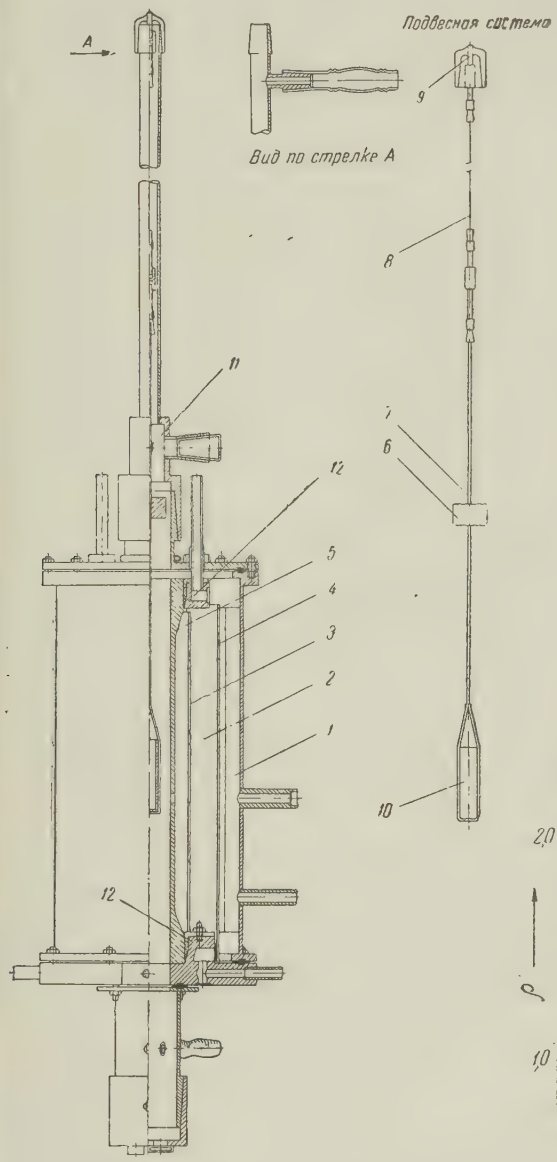


Рис. 1

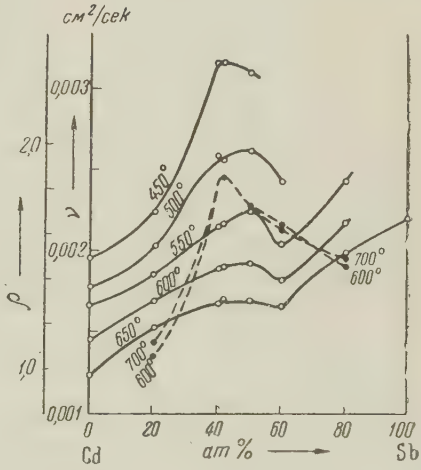


Рис. 2

Рис. 1. Схема установки для измерения вязкости и электропроводности жидких металлов. *1* — катушка статора, *2*—теплоизоляция, *3*, *4*—графитовые экраны, *5* — нагревательная труба (графит), *6*—грузик, *7* — подвеска, *8* — вольфрамовая проволока, *9* — стеклянный шлиф с впаянным молибденовым стержнем, *10* — тигель, *11* — сферическое зеркальце, *12* — токоподводы

Рис. 2. Изотермы кинематической вязкости ν (сплошные линии) и удельного сопротивления ρ' (пунктир) жидких сплавов системы Cd—Sb

храняться упаковка атомов, близкая к структуре соединения CdSb, которая прогрессивно диссоциирует при увеличении температуры.

Из приведенных данных можно также заключить, что состояние жидких сплавов Cd — Sb при охлаждении отлично от их состояния при

предшествующем нагреве. Сдвиг максимма ν от 50% к 40% Sb при охлаждении расплава указывает на то, что уже в жидком состоянии происходят взаимные перегруппировки частиц, приводящие к кристаллизации соединения Cd_3Sb_2. С этим утверждением согласуется заметный гистерезис вязкости сплава с 50 ат. % Cd и в меньшей степени — сплава с 60 ат. % Cd (рис. 3 *а*, *б*): при охлаждении вязкость проходит несколько выше, чем при нагревании. Это явление в принципе может быть сходно с явлением ветвления зависимости вязкости чистого олова от температуры ([3]).

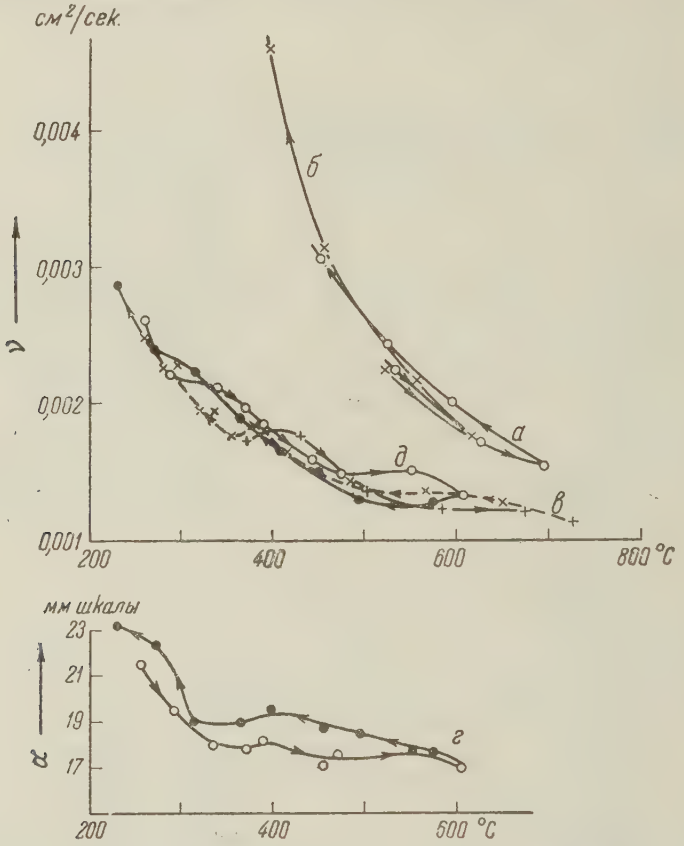


Рис. 3. Кинематическая вязкость жидких сплавов системы Cd — Sb: *а* — 60 ат. % Cd, *б* — 50 ат. % Cd; *в* — кинематическая вязкость чистого таллия; *д* — кинематическая вязкость ν и *г* — угол закручивания во вращающемся магнитном поле α (относительные единицы) сплава Bi с 72% Tl

Гистерезисные явления обнаружены также у жидких сплавов систем Pb — Tl и Bi — Tl. Все эти сплавы кристаллизуются с переохлаждением. Кривая вязкости сплавов Pb с 20, 40 и 80 ат. % Tl при охлаждении идет ниже, чем при нагреве (сплав с 60% Tl не обнаружил гистерезиса). Очень своеобразно ведет себя чистый таллий (см. рис. 3, *в*); кривая вязкости Tl имеет небольшой максимум в области 350—450° (электропроводность растет с температурой) и перегиб при 600—650° С. Эти особенности воспроизводятся при обратном охлаждении образца. Можно предположить, что в жидком таллии при 350—400° С происходит процесс изменения ближнего порядка, связанный с относительным увеличением вязкости и электропроводности при нагреве и с обратными явлениями при охлаждении. Этот процесс влияет на свойства сплавов таллия. В частности, сплавы Tl с Bi обнаруживают аномальный ход вязкости и электросопротивления около 350—400°, как в случае чистого таллия, причем при уменьшении содержания Tl эти аномалии сглаживаются. Вторая аномалия, в области 500—600°, незаметна

уже в сплавах с 55,5% и с меньшим содержанием Tl. В сплавах с 72% и 89% Tl она приобретает любопытную форму: при нагреве свыше 500° и при обратном охлаждении график ν (T) образует «петлю» (рис. 3, *д*); электропроводность при охлаждении выше, чем при нагреве (рис. 3, *г*). Зависимость свойств жидких сплавов Bi — Tl от времени обнаружена лишь в районе «петли». При выдержке сплава с 72% Tl при температуре 650—670° было обнаружено уменьшение вязкости и электросопротивления; процесс имеет асимптотический характер (время релаксации порядка 1 часа). При последующих медленных охлаждениях и нагревах аномалии уже незаметны.

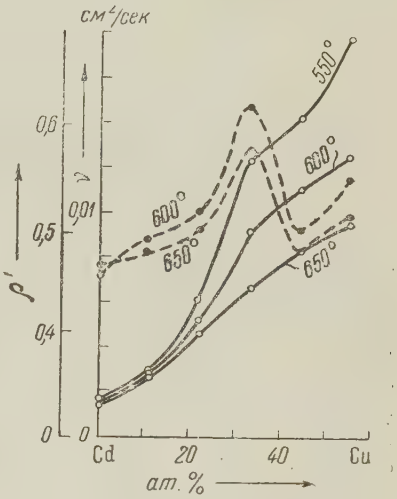


Рис. 4. Изотермы кинематической вязкости ν (сплошные линии) и удельного сопротивления ρ' (пунктир) жидких сплавов системы Cd—Cu

Приведенные результаты позволяют считать, что в ряде случаев возможны состояния жидкости, метастабильные по отношению к другим состояниям данной жидкости и устойчивые в течение более или менее длительного времени. Нужно отметить, что во всех исследованных случаях гистерезисные явления в жидких сплавах сопутствовали склонности к переохлаждению.

Вязкость и электросопротивление жидких сплавов системы Cd — Cu меняются немонотонно в зависимости от концентрации; монотонность нарушается при 30—40 ат. % Cu, т. е. над электронным соединением Cd_8Cu_5 (δ-фаза) (см. рис. 4, пунктир — относительное электросопротивление). Эти явления связаны со сравнительно слабой диссоциацией структуры γ-латуни при плавлении (в отличие от электронных соединений другого типа).

В системах Pb — Tl, Bi — Tl и Cd — Sb форма изотерм вязкости очень напоминает форму кривых начала затвердевания. В системах Sb — Sn и Fe — Ni положение в общем такое же, однако при эквиатомной концентрации появляется тенденция приближения вязкости сплава к среднему значению вязкости компонент. Поэтому изотермы вязкости сплавов Sb — Sn имеют два максимума с минимумом посредине, а изотермы вязкости сплавов Fe — Ni два минимума. Упомянутая тенденция наблюдается также в системе Bi — Tl.

Московский институт стали
им. И. В. Сталина

Поступило
25 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. Г. Швидковский, Некоторые вопросы вязкости расплавленных металлов, М., 1955. [2] А. Р. Регель, ЖТФ, 18, № 12, 1511 (1948). [3] Е. Г. Швидковский, Г. И. Горяга, Вестн. МГУ, № 9, 63 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик А. Н. ФРУМКИН

О РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ И НАКОПЛЕНИИ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ РАСТВОРА В ДИФФУЗИОННОМ СЛОЕ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ЭЛЕКТРОЛИЗЕ

Цель настоящего сообщения — обратить внимание на некоторые особенности распределения концентрации и потенциала в диффузионном слое при стационарном электролизе. Несмотря на то, что для частного случая раствора, содержащего однозарядные ионы в разбавлении, позволяющем применять законы идеальных систем, правильная трактовка была дана Эйкеном уже 50 лет назад ([1]), в дальнейшем этим вопросам не уделялось достаточного внимания. Рассмотрим сначала случай стационарного электролиза бинарного электролита произвольной концентрации, состоящего из разряжающегося катиона с зарядностью n_1 и неразряжающегося аниона с зарядностью n_2. Активности того и другого иона в объеме раствора вне пределов диффузионного слоя, которые мы будем считать одинаковыми во всех точках раствора, обозначим через a_1' и a_2', а активности в диффузионном слое непосредственно у поверхности электрода через a_1'' и a_2''. Так как в стационарных условиях неразряжающийся анион неподвижен, то согласно формуле Больцмана

$$\Phi = \frac{RT}{n_2 F} \ln \frac{a_2''}{a_2'}, \qquad (1)$$

где Φ — разность потенциалов между точкой у поверхности электрода и в середине раствора.

На первый взгляд представляется, что уравнение (1) позволяет определить величину a_2''/a_2' и, следовательно, сравнить значения активности отдельного иона при любых концентрациях. Такой вывод был бы, однако, ошибочен, так как непосредственному измерению доступна не величина Φ, а сумма $\Phi + \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ — изменение разности потенциалов электрод—раствор φ вследствие изменения концентрации в приэлектродном слое (концентрационная поляризация в обычном понимании этого слова)*. Если предположить, что электрод обратим относительно разряжающегося катиона, то

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{n_1 F} \ln \frac{a_1''}{a_1'},$$

откуда

$$\Phi + \Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \left(\frac{a_1''}{a_1'}\right)^{\frac{1}{n_1}} \left(\frac{a_2''}{a_2'}\right)^{\frac{1}{n_2}} = \frac{1}{n_1 n_2} \frac{RT}{F} \ln \frac{a''}{a'} = \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} \frac{RT}{F} \ln \frac{a_\pm''}{a_\pm'}. \qquad (2)$$

где a — активность молекулы электролита, $a_\pm$ — средняя активность его ионов; индексы $'$ и $''$ сохраняют прежнее значение. Из уравнения (2) следует,

* При этом омическое падение потенциала в объеме раствора вне пределов диффузионного слоя предполагается элиминированным с помощью расчета или непосредственного измерения, что в принципе всегда возможно.

то доступная измерению величина $\Phi + \Delta\varphi$ выражается через средние, не через индивидуальные активности отдельных ионов. Насколько автору известно, уравнение (2) до сих пор не подвергалось опытной проверке, даже для простейшего случая разбавленного раствора*. Большой интерес представило бы применение уравнения (2) к концентрированным растворам, например кислот. В этом случае сочетание определения величины $\Phi + \Delta\varphi$ при использовании в качестве катода обратимого водородного электрода с прямым измерением распределения концентрации электролита в диффузионном слое, которое могло бы быть осуществлено, например, интерферометрическим методом, позволило бы определять активности в концентрированных растворах.

Рассмотрим теперь случай разбавленного раствора, содержащего разряжающийся на катоде катион 1 с зарядностью n_1 в концентрации c_1 (в эквивалентах на см^3) и неразряжающиеся анион 2 и катион 3 с зарядностями n_2 и n_3 в концентрациях c_2 и c_3. Согласно условию электронейтральности

$$c_1 + c_3 = c_2. \tag{3}$$

Между концентрациями неразряжающихся ионов у поверхности электрода (c_2'', c_3'') и в объеме раствора вне пределов двойного слоя (c_2', c_3') при стационарном электролизе существуют соотношения

$$c_2'' = c_2' \exp\left(\frac{n_2 \Phi F}{RT}\right), \tag{4}$$

$$c_3'' = c_3' \exp\left(-\frac{n_3 \Phi F}{RT}\right), \tag{4а}$$

откуда

$$c_1'' = c_2' \exp\left(\frac{n_2 \Phi F}{RT}\right) - c_3' \exp\left(-\frac{n_3 \Phi F}{RT}\right), \tag{5}$$

где c_1'' значение c_1 у поверхности электрода.

При достижении предельного тока $c_1'' = 0$, и, следовательно,

$$\Phi = \frac{RT}{(n_2 + n_3)F} \ln \frac{c_3'}{c_2'}, \tag{6}$$

$$c_3'' = c_3' \left(\frac{c_2'}{c_3'}\right)^{\frac{n_3}{n_2 + n_3}} = (c_3')^{\frac{n_2}{n_2 + n_3}} (c_2')^{\frac{n_3}{n_2 + n_3}}. \tag{7}$$

Определенный интерес представляет случай, когда $c_3' \ll c_1'$, c_2' и, следовательно, $c_1' \approx c_2'$,

$$\frac{c_3''}{c_3'} = \left(\frac{c_1'}{c_3'}\right)^{\frac{n_3}{n_2 + n_3}}. \tag{8}$$

При $c_1'/c_3' = 10^4$, $n_3 = 3$ и $n_2 = 1$ степень обогащения неразряжающегося катиона, выражаемая правой частью уравнения (8), составит 10^3. Прак-

---

* В растворе одно-однозарядного электролита ($n_1 = n_2 = 1$) коэффициент перед логарифмом превращается в 2. Отсюда следует, что угловой коэффициент — $\varphi, \ln \frac{I_d - I}{I}$ кривой, где I—сила тока, а I_d—сила предельного тока диффузии, в случае процесса катодного обратимого образования амальгамы должен иметь удвоенное значение по сравнению с тем, которое наблюдается в присутствии избытка индифферентного электролита. Трудности экспериментальной проверки связаны с относительно большими омическими падениями потенциала в объеме раствора вне пределов диффузионного слоя в отсутствие электролита фона; однако, как показывает расчет, они преодолимы, если диаметр катода достаточно мал (например, $\sim 5 \cdot 10^{-3}$ см) и толщина диффузионного слоя достаточно велика ($\sim 10^{-1}$ см), что легко может быть реализовано при использовании в качестве катода ртутного мениска в капилляре.

тическая применимость такого способа обогащения ограничена возрастанием времени τ, необходимого для установления стационарного распределения концентраций в диффузионном слое по мере увеличения его толщины l. Так как по порядку величины

$$\tau \approx \frac{l^2}{D},$$

то при $l = 0{,}1$, $\tau \approx 10^3$ сек., а при $l = 1$ см, $\tau \approx 10^5$ сек. Однако аналитические применения такого обогащения представляются реальными. Так, например, если содержащийся в виде примеси катион, неразряжающийся при потенциале, при котором проводится стационарный электролиз, может быть разряжен при более отрицательном потенциале, то накопление его в диффузионном слое при выделении основного металла может быть использовано для последующего осциллографического полярографирования. Накопление поверхностно-активного органического катиона у поверхности висящей ртутной капли при катодном выделении катиона фона могло бы быть обнаружено последующим измерением пограничного натяжения на границе ртуть — раствор.

Величина Ф в уравнении (6) обычно именуется омическим падением потенциала в диффузионном слое. Следует, однако, помнить, что она не равна падению потенциала, вычисленному по закону Ома из удельного сопротивления и плотности тока в столбе электролита переменной концентрации, которым является диффузионный слой, а отличается от него на стороннюю э. д. с., равную диффузионному потенциалу, возникающему в том же столбе в отсутствие тока из-за различия в подвижности ионов. Ранее это было показано для случая бинарного электролита ([2]).

Однако так как теория этого вопроса часто излагается неправильно, то целесообразно проиллюстрировать соотношения между полным и «омическим» падением потенциала в диффузионном слое на примере электролита с тремя ионами. При этом мы примем для простоты расчетов все n равными единице и предположим, в отличие от только что разобранного примера, что концентрация разряжающегося иона c_1 мала по сравнению с концентрациями неразряжающихся аниона и катиона c_2 и c_3. Отсюда следует, что $c_2 \approx c_3 \approx c$, где c обозначает концентрацию фона.

Из (6) и (3) следует для рассматриваемого случая

$$\Phi = \frac{RT}{2F} \ln \frac{c_2' - c_1'}{c_2'} = -\frac{RT}{2F} \frac{c_1'}{c_2'} = -\frac{RT}{2F} \cdot \frac{c_1'}{c'}. \qquad (9)$$

Сравним эту величину с падением потенциала в диффузионом слое $\Phi_{ом}$, вычисленным по закону Ома из плотности тока j и сопротивления электролита на 1 см^2 поверхности r. Величина j равна $\frac{FD_1c_1'}{l}$, где D_1 — коэффициент диффузии катиона 1, а l — толщина диффузионного слоя. Заменяя D_1 на подвижность U_1 по формуле Нернста, получаем

$$j = RT \frac{U_1 c_1'}{l}. \qquad (10)$$

Так как концентрация c_1 во всех точках слоя мала по сравнению с c, то r приближенно равно $l : c'(U_2 + U_3)F$, где U_2 и U_3 — подвижности аниона 2 и катиона 3. Отсюда получаем

$$\Phi_{ом} = -rj = -\frac{RT}{F} \frac{c_1'}{c'} \frac{U_1}{U_2 + U_3}. \qquad (11)$$

Из сопоставления (9) и (11) видно, что $\Phi \neq \Phi_{ом}$. Из уравнения (7) и (9) в случае $n_2 = n_3 = 1$ и $c_1/c_3 \ll 1$ следует

$$c_3'' \approx c_2'' \approx c_3' + {}^1/_2 c_1' = c_2' - {}^1/_2 c_1'. \qquad (12)$$

Так как перепад концентраций в диффузионном слое в рассматриваемом случае мал, то величина диффузионного потенциала $\Phi_д$, возникающего в этом слое, может быть вычислена по формуле Гендерсона ([3]) из значений концентраций и подвижностей у его границ без рассмотрения распределения концентраций внутри слоя. При малом перепаде концентраций, согласно формуле Гендерсона, уравнению (12) и условиям $c_1'' = 0$, $c_1' \ll c'$, $c_2' \approx c_3' \approx c'$ находим:

$$\Phi_д = -\frac{RT}{F}\frac{U_1(c_1''-c_1')-U_2(c_2''-c_2')+U_3(c_3''-c_3')}{U_1c_1'+U_2c_2'+U_3c_3'} = \frac{RT}{F}\frac{c_1'}{c'}\left(\frac{U_1}{U_2+U_3}-\frac{1}{2}\right). \qquad (13)$$

Из (9), (11) и (13) получаем, как это и следовало ожидать, $\Phi = \Phi_{ом} + \Phi_д$.

Поступило
30 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] A. Eucken, Zs. phys. Chem., **59** 72 (1907); E. Baars, Elektrolyse в кн. H. Geiger, K. Scheel, Handb. d. Phys., **13**, 517 (1928). [2] В. Г. Левич, А. Н. Фрумкин, ЖФХ, **15**, 748 (1941); Acta Physicochim. URSS, **16**, 325 (1943). [3] См. напр. С. Глесстон, Введение в электрохимию, ИЛ, 1951, стр. 282.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

БИОХИМИЯ

Ф. Ф. ЛИТВИН и А. А. КРАСНОВСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ СТАДИЙ ОБРАЗОВАНИЯ ХЛРООФИЛЛА В ЭТИОЛИРОВАННЫХ ЛИСТЬЯХ ПО СПЕКТРАМ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 1 VII 1957)

Исследования пигментной системы в живых листьях без нарушения их целостности существенны для выяснения природы естественного состояния пигментов, их взаимопревращений путем биосинтеза. В этой работе исследовались процессы образования хлорофилла по спектрам флуоресценции этиолированных и зеленеющих листьев.

А. А. Красновский и Л. М. Кособуцкая нашли, что процесс образования хлорофилла из протохлорофилла может осуществляться в коллоидных буферных растворах вещества этиолированных листьев под действием света. Они обнаружили при этом образование из протохлорофилла формы хлорофилла с максимумом поглощения при 670 мμ ([1]). Смит с сотрудниками получил подобные же результаты с глицериновыми коллоидными растворами ([2]), Френч и сотрудники изучали спектры флуоресценции водорослей и листьев при различном содержании пигментов ([3,4]). Для исследования процесса образования хлорофилла Виргин измерял спектры флуоресценции зеленеющих листьев фиксированных нагреванием до 100° ([5]). Однако в этом случае нарушалось нативное состояние пигментов.

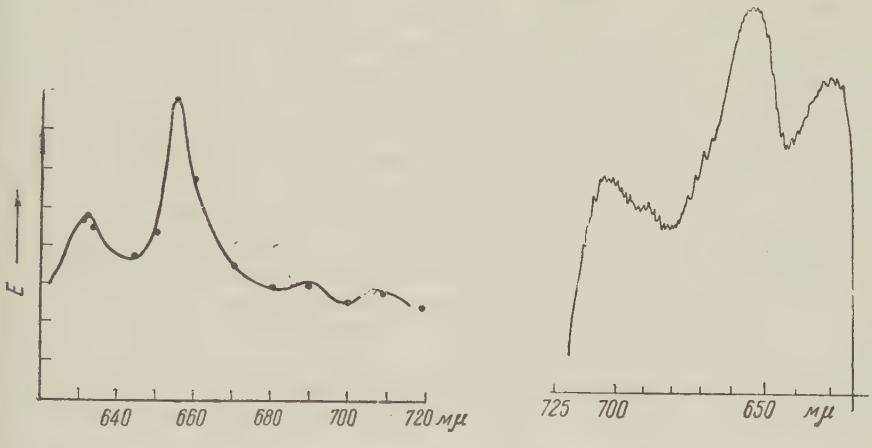
При комнатной температуре трудно уловить промежуточные стадии превращения пигментов, так как эти реакции протекают очень быстро. Поэтому для остановки процессов биосинтеза мы применили быстрое замораживание этиолированных листьев до —150° и снятие спектра флуоресценции при этой температуре. Глубокое охлаждение не нарушает естественного состояния пигментов; после оттаивания листья сохраняют способность зеленения на свету (начальные стадии).

Флуоресценция листьев возбуждалась светом ртутно-кварцевой лампы СВДШ-250; фильтрами СЗС-8 и СЗС-9 выделялась коротковолновая часть спектра (от 365 до 580 мμ). Спектры фотографировались с помощью спектрографа ИСП-73 на пластинках типа «панинфра» и «инфрахром» при ширине щели 0,05—0,1 мм и экспозициях от 2 до 40 мин. Снимки спектров фотометрировались на регистрирующем микрофотометре МФ-4. Исходя из кривых почернения пластинок, обычным способом рассчитывали распределение энергии в спектре.

Спектры флуоресценции этиолированных листьев. Использовались листья фасоли 10—12-дневных растений, выросших в темноте при температуре 20—25°. В спектрах флуоресценции различаются три отчетливых максимума при 633, 655 и 705—707 мμ и слабый максимум при 690 мμ. Наиболее интенсивна флуоресценция при 655 мμ. Наблюдаются изменения соотношения интенсивностей флуоресценции в максимумах у разных листьев (в частности, максимум при 690 мμ).

Подобные же спектры флуоресценции характерны для этиолированных листьев кукурузы.

В первые же секунды пребывания этиолированных листьев на рассеянном дневном свету наблюдаются характерные изменения спектров флуоресценции. Максимум при 655 мμ резко ослабляется и быстро исчезает,



а *б*

Рис. 1. Спектр флуоресценции этиолированного листа фасоли. Фотографирование с экспозицией 15 мин., щель 0,1 мм. *а* — распределение энергии, *б* — спектрограмма

максимум при 633 мμ также ослабляется, но более медленно; исчезает флуоресценция при 705—707 мμ.

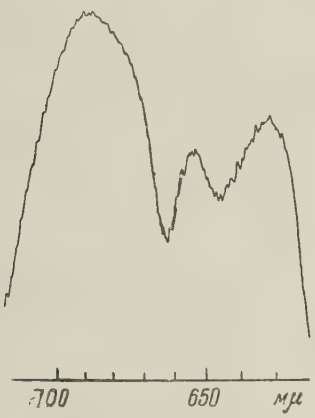


Рис. 2

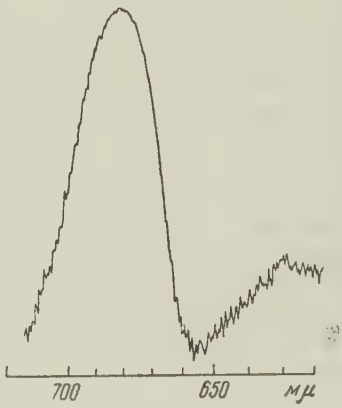


Рис. 3

Рис. 2. Спектрограмма флуоресценции этиолированного листа фасоли после освещения его в течение 2 мин. Фотографирование с экспозицией 10 мин., щель 0,05 мм

Рис. 3. Спектрограмма флуоресценции этиолированного листа фасоли после освещения его в течение 2 час. Фотографирование с экспозицией 5 мин.,щель 0,1 мм

При дальнейшем освещении листьев (1—10 мин.) максимум при 690 мμ значительно усиливается и несколько смещается в длинноволновую сторону до 694—695 мμ (рис. 2). Максимум при 633 мμ постепенно исчезает. Однако его можно заметить даже спустя сутки, в светло-зеленых листьях. Через 2—3 часа освещения листьев в спектрах флуоресценции преобладает максимум при 680 мμ (рис. 3). Затем величина его уменьшается, а сам максимум смещается в длинноволновую сторону до 685—686 мμ, изменяя свою форму (значительно суживается). В то же время постепенно нарастает по величине новый максимум при 730 мμ, и появляется максимум при 812—815 мμ. В зеленых листьях положение максимумов остается постоянным и не изменяется при освещении (табл. 1, рис. 4).

В спектрах флуоресценции внутренних оболочек семян тыквы обнаруживаются максимумы около 632, 654 и 700 мμ, что согласуется с данными Френча (4).

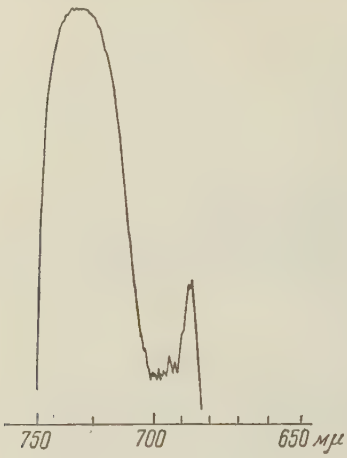


Рис. 4. Спектрограмма флуоресценции листа фасоли с растения, выросшего на свету (темно-зеленого). Фотографирование с экспозицией 10 мин., щель 0,05 мм

При этом форма спектральной кривой также отличается от аналогичной кривой для этиолированных листьев — наиболее интенсивным оказывается максимум при 700 мμ. В отличие от этиолированных листьев спектры флуоресценции внутренних оболочек семян тыквы не изменяются при освещении. Все это свидетельствует о различии состояний протохлорофилла в этиолированных листьях и внутренних оболочках семян тыквы (6).

В спектрах флуоресценции этиолированных листьев всегда обнаруживаются по крайней мере три максимума. Трудно сомневаться в том, что максимумы при 633 и 605—607 мμ принадлежат протохлорофиллу, о чем свидетельствуют измерения спектров флуоресценции растворов.

Максимум флуоресценции при 655 мμ, по-видимому, соответствует полосе поглощения около 650 мμ, которую визуально отметил Смит в этиолированных листьях ячменя (7).

Весьма вероятно, что максимум «спектра действия» зеленения около 650 мμ (8) соответствует форме, имеющей флуоресценцию при 655 мμ. Это подтверждается также быстрым исчезновением максимума 655 мμ при освещении листьев в течение нескольких минут; по времени этот процесс полностью соответствует периоду быстрого образования первоначального хлорофилла (9). Однозначная интерпретация этого максимума пока затруднительна. В исследованных нами спектрах флуоресценции экстрактов из этиолированных листьев (полученных в темноте при охлаждении) обнаруживаются только два максимума, соответствующих протохлорофиллу. Так, в спектре флуоресценции эфирного экстракта отмечаются максимумы при 626 и 675—695 мμ. В то же время в листьях не наблюдается постоянного соотношения в величине максимумов при 633 и 655 мμ. Все это свидетельствует о наличии в этиолированных листьях особой формы предшественника хлорофилла, обладающей фотобиохимической активностью и определяющей специфику процесса зеленения листьев. Возможно, что это форма про-

Таблица 1

Положение максимумов в спектрах флуоресценции листьев

Объект	Положение максимума λ, мμ			
	I	II	III	IV
Этиолированные листья	633	655	685—690	705—707
Этиолированные листья после пребывания на рассеянном свету				
0—5 мин.	633	655	690	
10—30 мин.	633	(675)	694	
2—3 часа	633		680	
24 часа	следы		684—685	730
После 1 сек. освещения этиолированного листа интенсивным светом	636		694	—
Лист с растения, выросшего на свету	—	—	686	730
Этиолированные листья, фиксированные нагреванием до 100° в воде	636	—	690	—

охлорофилла, связанного с белком, сходная с «хлорофиллогеном» В. Н. Любименко ([10]). Эта форма очень лабильна, о чем свидетельствует исчезновение максимума 655 мμ при нагревании и экстрагировании, нарушающих нативное состояние пигментов. Поэтому активная форма протохлорофилла не была обнаружена ни в нагретых листьях, ни в экстрактах при исследованиях кинетики процесса образования хлорофилла.

Изменения спектров флуоресценции при зеленении этиолированных листьев отражают различные этапы процесса образования и накопления хлорофилла. Первоначальное положение максимума флуоресценции хлорофилла соответствует, по-видимому, 675—676 мμ, а затем он смещается до 680 мμ. Дальнейшее смещение максимума до 685—686 мμ и изменение его величины и формы обусловлено реабсорбцией света флуоресценции самим хлорофиллом, накапливающимся в значительных концентрациях. Эти наблюдения согласуются с данными Френча ([3], [4]). Однако в первые минуты освещения листьев нами замечена интенсивная флуоресценция в области 690—694 мμ. Этот максимум, вероятно, соответствует иному хлорофиллоподобному промежуточному продукту биосинтеза, образующемуся ранее хлорофилла, с максимумом при 680 мμ. Очень слабую, но отчетливую флуоресценцию при 694 мμ можно отметить и у темно-зеленых «взрослых» листьев.

Наличие различных форм хлорофилла в листьях растений было показано в работах А. А. Красновского и Л. М. Воробьевой ([11]); эти формы различаются по своим спектральным и фотохимическим свойствам. В работе Е. В. Пакшиной этим авторам удалось путем скоростного центрифугирования при 25 000 g разделить формы хлорофилла с максимумами поглощения при 671—673 и 677—678 мμ в гомогенатах из листьев сахарной свеклы ([11]). В работах Т. Н. Годнева с сотрудниками ([12]) наблюдалось первичное образование экстрагируемого раствором щелочи пигмента, вероятно, хлорофиллида а, при освещении этиолированных листьев; эти наблюдения привели к предположению, что первично образуемый в листьях хлорофилл является этим соединением. Но максимумы флуоресценции хлорофиллида и «первичного» хлорофилла (при 690 и 680 мμ) не соответствуют друг другу.

Итак, исследование спектров флуоресценции листьев при низкой температуре позволило выявить новые промежуточные стадии биосинтеза хлорофилла. Активная форма протохлорофилла с максимумом флуоресценции при 655 мμ превращается, по-видимому, в хлорофиллоподобный продукт с максимумом флуоресценции при 694 мμ, являющийся непосредственным предшественником хлорофилла. Первоначально образующаяся форма хлорофилла имеет максимум флуоресценции при 675 мμ, который сдвигается затем до 680 мμ. Вопрос о природе промежуточных продуктов нуждается в дальнейшем исследовании.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова,
Институт биохимии им. А. Н. Баха
Академии наук СССР

Поступило
20 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Красновский, Л. М. Кособуцкая, ДАН, **85**, 177 (1952); Л. М. Кособуцкая, А. А. Красновский, Биохимия, **19**, 37, 1954. [2] J. H. C. Smith, L. Benitez, Carn. Inst. Wash. Year Book, № 52, 151 (1953). [3] C. S. French, V. K. Young, J. Gen. Physiol., **35**, 873 (1952). [4] Luminescence of Biological Systems, Washington, 1955, p. 51. [5] H. T. Virgin, Physiol. Plantarum, **8**, 389 (1955). [6] А. А. Красновский, Л. М. Кособуцкая, К. К. Войновская, ДАН, **92**, 1201, 1953). [7] J. H. C. Smith, Carn. Inst. Wash. Year Book, № 52, 145 (1953). [8] V. M. Koski, I. S. French, I. H. Smith, Arch. Biochem. and Biophys., **31**, 1 (1951). [9] V. M. Koski, Arch. Biochem., **29**, 339 (1950). [10] В. Н. Любименко, Изв. Главн. бот. сада, 0, в. 2 (1921). [11] А. А. Красновский, Л. М. Кособуцкая, ДАН, **91**, 343 (953); Л. М. Воробьева, А. А. Красновский, Биохимия, **21**, 126 (1956); А. А. Красновский, Л. М. Воробьева, Е. В. Пакшина, Физиол. раст., **4**, 124 957). [12] Т. Н. Годнев, Р. В. Ефремова, А. А Кравцов, ДАН, **113**, 646 957).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ГЕОЛОГИЯ

Ю. А. АЛЮШИНСКИЙ, Г. И. КИРИЧЕНКО и Б. В. ТИМОФЕЕВ

СПОРЫ СИНИЙСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ ЕНИСЕЙСКОГО КРЯЖА

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 11 V 1957)

В Енисейском кряже, сложенном преимущественно докембрийскими образованиями, широко распространены сравнительно слабо метаморфизованные докембрийские отложения. Они относились к верхнему протерозою или к позднему докембрию. В последнее время они отнесены Г. И. Кириченко (1) к синию. Эти отложения залегают несогласно, с конгломератом в основании, на значительно метаморфизованных образованиях протерозоя, выделенных названным исследователем в тейскую серию. Перекрываются синийские отложения резко несогласно, с базальным конгломератом, красноцветными отложениями нижнего кембрия, охарактеризованными археоциатами, а в более высоких частях разреза сложенными карбонатными породами, остатками трилобитовой и другой фауны нижнего кембрия.

В синийских отложениях известны редкие находки остатков червей и обильные остатки известковых водорослей, приуроченные к карбонатным отложениям синия. Некоторые из водорослей, как Conophyton, являются характерными только для синия, при этом только для определенной части его разреза. Теперь в синийских отложениях обнаружены в большом количестве споры.

Синийские отложения Енисейского кряжа имеют общую мощность около 9 тыс. м. Они расчленены на 14 свит. Свиты объединены в четыре серии: сухопитскую (Sn_1^{sp}), тунгусикскую (Sn_2^{ts}), ослянскую (Sn_3^{ol}) и чингасанскую (Sn_4^{cz}), разделенные стратиграфическими перерывами. Наименование свит, их стратиграфическая последовательность, принадлежность к той или иной серии, литологическая характеристика и мощности приведены в прилагаемой стратиграфической схеме (см. табл. 1). В этой же схеме приведен также разрез глушихинского осадочно-вулканогенного комплекса синия, развитого в западной части Енисейского кряжа. Этот комплекс расчленен на 7 свит, предварительно сопоставленных с основным разрезом синия Енисейского кряжа; в большинстве из них также обнаружены споры. К настоящему времени исследовано 250 образцов из синийских отложений Енисейского кряжа, из них в 90 (почти по всей 9-километровой толще разреза синия, от залегающей внизу удерейской свиты до венчающих разрез тиллитов краснореченской свиты и алевролитов суктальминской свиты включительно) обнаружены споры. Таким образом, более $^1/_3$ общего числа исследованных образцов оказались охарактеризованными спорами.

В изученных докембрийских отложениях Енисейского кряжа установлено более 30 видов спор, относящихся к 10 родам: Protoleiosphaeridium (сем. Leiosphaeridaceae), Leioligotriletes, Mycteroligotriletes, Bothroligotriletes, Trachyoligotriletes, Okridoligotriletes, Tyloligotriletes, Lopholigotriletes, Acantholigotriletes и Stenozonoligotriletes (сем. Sphaeroligotriletes). Споры 4 из них (Okridoligotriletes, Tyloligotriletes, Lopholigotrile-

Таблица 1

Стратиграфическая схема архейских, протерозойских и синийских образований Енисейского кряжа и Туруханского поднятия

Возраст	Серии и комплексы	Подсерии	Свиты	Индексы	Мощность, м	Литологическая характеристика	Осадочно-вулканогенный комплекс (Глушихинский)
Кембрий							
Синий	Чингасанская Sn_4^{ez}		Суктальминская	Sn^{st}	500	Сланцы глинистые, алевролиты, песчаники, конгломераты, известняки, мергели	
			Краснореченская	Sn^{kr}	800	Тиллиты, песчаники, алевролиты	
	Ослянская Sn_3^{ol}		Дашкинская (Лантак)	Sn^{d}	700	Известняки и доломиты, частью водорослевые, подчиненные глинистые сланцы	Гремихинская свита — Sngr. Глинистые, алеврито-глинистые сланцы, пестроцветные известняки и мергели, алевролиты, песчаники, известняки водорослевые ~1300 м
			Нижне-ангарская (Ваничковская)	Sn^{na}	500—600	Серые, темно-серые и черные глинистые сланцы с прослоями кварцевых песчаников. Местами последние преобладают над сланцами. Гематитовые руды, красноцветные песчаники, алевролиты, сланцы	Орловская свита — Sn^{or}. Известняки, сланцы, песчаники, туфопесчаники, туфы и туфолавы основных пород, известняки водорослевые ~1000 м
	Тунгусикская Sn_2^{ts}	Киргитейская Sn_2^{2kg}	Дадыктинская	Sn^{d}	400	Глинистые сланцы серые и темно-серые с прослоями и линзами алевролитов и песчаников, в верхней четверти водорослевые доломиты	Бурмакинская свита — Sn^{br}: глинистые и алеврито-глинистые сланцы, алевролиты, песчаники, редкие пачки известняков ~750 м
			Серого ключа	Sn^{sk}	650	Известняки, доломитизированные известняки, в верхней части водорослевые	
			Шунтарская	Sn^{sch}	600	Сланцы глинистые, серые, темно-серые и угольно-черные известковистые с прослоями и пачками известняков, частью с водорослями	

Синий		Потоскуйская Sn_2^{1pt}	Джурская	Sn^{dj}	400	Известняки, доломиты, б. ч. водорослевые, подчиненные пачки глинистых сланцев	Крутошиверская свита — Sn^{kt}: глинистые сланцы с прослоями алевролитов, известняков и туфопесчаников ~1000 м
			Красногорская	Sn^{ks}	200—600	Сланцы, местами песчаники с гематитовыми разностями, известняки, линзы гематита	
	Сухопитская Sn_1^{sp}	Талецкая Sn_1^{2tl}	Аладьинская	Sn^{al}	200—600	Доломиты, обычно магнезитоносные	Сосновская свита — Sn^{sn}: доломиты, известняки с прослоями конгломератов, гравелитов, песчаников, алевролитов, туфов, порфиров и порфиритов 350 м
			Карточки	Sn^{k}	300—400	Зеленовато-серые, лиловые и бурые глинистые известняки	
		Немчанская Sn_1^{1nm}	Погорюйская	Sn^{pg}	1400	Глинистые сланцы, алевролиты, кварцитовидные песчаники	Конкинская свита — Sn^{kn}. Алевролито-глинистые сланцы, ленточно-полосчатые, песчаники, гравелиты, прослои известняковистых песчаников 450 м
			Удерейская	Sn^{ud}	1500	Глинистые сланцы, местами филлитизированные или превращенные в филлиты	Пемская свита Sn^{pm}: глинистые сланцы филлитизированные, филлиты с прослоями алевролитов и песчаников, туфолавы порфиров >800 м
			Горбилокская	Sn^{gb}	1300—1500	Зеленые хлоритовые сланцы филлитизированные и филлитовые, обычно с магнетитом прослои и пачки известняков	
Протерозой	Тейская Pt^{ts}		Пенченгинская	Pt^{pn}	1000—1200	Кристаллические сланцы, мраморизованные известняки и доломиты, подчиненные гнейсы, амфиболовые сланцы, амфиболиты	
			Хребта Карпинского	Pt^{kr}	1000	Гнейсы, магматиты, кристаллические сланцы, мраморы, кварцы, гнейсокварциты, амфиболиты	

tes и Acantholigotriletes) никогда не были встречены в протерозойских (в досинийских) отложениях.

Споры, описанные в докембрийских отложениях Енисейского кряжа весьма близки по видовому составу к спорам, установленным в отложениях 3-членного байкальского комплекса, и спорам классического разреза синийской системы Китая. Анализ распределения спор по свитам показывает, что некоторые виды проходят по всему разрезу синия и даже переходят в кембрий, тогда как другие занимают определенное место в отложениях и, по-видимому, могут служить надежными указателями для установления возраста отдельных слоев и свит.

Можно надеяться на то, что дальнейшее изучение спор даст возможность для установления по ним дробной стратиграфии докембрийских отложений Енисейского кряжа.

Поступило
24 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. И. Кириченко, Тез. докл. на межведомств. совещ. по разраб. унифициров стратиграфич. схем Сибири, 1956. [2] Б. В. Тимофеев, ДАН, **105**, № 3 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ГЕОЛОГИЯ

Л. В. ГОЛУБЕВА

К ВОПРОСУ О ПАЛЕОФИТОЛОГИЧЕСКОМ ОБОСНОВАНИИ СТРАТИГРАФИИ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ЗАПАДНО-СИБИРСКОЙ НИЗМЕННОСТИ

(Представлено академиком Н. С. Шатским 26 VI 1957)

Четвертичные отложения северо-западной части Западно-Сибирской низменности изучались многими исследователями. Существует несколько стратиграфических схем для этого района ([1–4]). Одним из существенных недостатков современных стратиграфических построений является их слабое палеонтологическое обоснование. Благодаря этому затруднена корреляция отдельных горизонтов четвертичных отложений различных районов севера Западно-Сибирской низменности. Кроме того, расходятся взгляды многих исследователей относительно стратиграфической принадлежности того или иного горизонта.

В 1954—1955 гг. в бассейне нижнего течения р. Оби нами было изучено около 60 разрезов четвертичных отложений. Для большинства из них произведены спорово-пыльцевые анализы. Результаты спорово-пыльцевого анализа показали возможность его применения для решения вопросов стратиграфии. Однако при этом необходимо использовать и ряд других палеонтологических методов, а также литологический и геоморфологический.

Спорово-пыльцевые анализы, а также изучение макроскопических растительных остатков, семян и флоры диатомовых (табл. 1) показывают, что на севере Западно-Сибирской низменности в течение четвертичного периода имели место изменения в растительном покрове, отражавшие ритмические колебания климата. Происходит чередование «холодных» и «теплых» фаз в развитии растительности. Холодные фазы характеризуются отсутствием растительности или наличием безлесных ландшафтов. Теплые фазы отличаются климатическими условиями, близкими к современным, а также продвижением лесной зоны к северу от ее современной границы.

Четвертичные отложения на территории северо-западной части Западно-Сибирской низменности имеют почти повсеместное распространение и значительную мощность (до 200 м). Наиболее широко развиты отложения верхнего плейстоцена. На дневной поверхности обнажаются отложения голоцена, верхнего плейстоцена и верхи салемальской свиты. Более древние отложения вскрыты буровыми скважинами.

Четвертичные отложения, залегающие стратиграфически ниже морены максимального (самаровского) оледенения, имеют небольшую мощность, незначительное распространение и палеонтологически слабо охарактеризованы. Морена максимального оледенения часто лежит непосредственно на меловых породах, и нижнечетвертичные отложения отсутствуют.

Ледниковые отложения максимального оледенения характеризуются преобладанием переотложенных пыльцы и спор растений мелового и третичного возраста, содержание которых достигает 80—98% от общего числа всех сосчитанных зерен.

После максимального оледенения отмечается трехкратное похолодание чередующееся с более теплыми промежутками времени. Первое из них происходит во время накопления средней и частично верхней части салемальской свиты (II фаза). Это похолодание, вероятно, соответствует времени тазовского оледенения, установленного в северо-восточной части Западно-Сибирской низменности С. Б. Шацким ([4]) и В. А. Зубаковым ([1]). Тазовское оледенение не имело повсеместного распространения. На территорию Западно-Сибирской низменности, в район нижнего течения р. Оби, оно непосредственно не проникало, и влияние его сказалось лишь в ухудшении климатических условий. Возможно, что оно представляло стадию отступающего самаровского оледенения. Спорово-пыльцевые спектры из нижней части салемальской свиты показывают, что в течение отрезка времени между самаровским и тазовским оледенениями здесь были безлесные пространства и лишь в самой южной части района, возможно, березово-лиственничные и березово-еловые редколесья (I фаза). Климатические условия в это время были холоднее, чем условия при образовании верхней пачки салемальской и нижней сангомпанской свит. Все это свидетельствует больше в пользу интерстадиала, а не межледниковья. Теплая (III) фаза в развитии растительности, начавшаяся в конце салемальского времени и характеризующая лесные условия, продолжается и далее в сангомпанское время. С этой фазой развития растительности совпадает регрессия моря и размыв кровли салемальских отложений.

В морене зырянского оледенения остатки флоры не обнаружены. Спорово-пыльцевые спектры озерно-ледниковых и озерно-аллювиальных отложений позднеледникового времени отражают холодные климатические условия (V фаза). Последнее похолодание (IX фаза) отмечается во время отложения аллювия I надпойменной террасы и связано с развитием горно-долинного сартанского оледенения. Сартанское оледенение имело небольшие размеры, но отделено от зырянского оледенения временем образования отложений II надпойменной террасы (каргинский горизонт), когда древесная растительность распространялась к северу от ее современной границы (VII фаза).

Накопление основной массы торфяников происходит в голоцене во время климатического оптимума, когда многие бореальные виды проникали к северу от их современных границ.

Таким образом, данные спорово-пыльцевых анализов, дополненные определением макроскопических растительных остатков и флоры диатомовых, дают ценный материал для палеофитологического обоснования стратиграфии и показывают закономерные изменения в составе растительности на севере Западно-Сибирской низменности.

Геологический институт
Академии наук СССР

Поступило
21 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. А. Зубаков, Тр. ВСЕГЕИ, Материалы по четвертичн. геологии и геоморфол. СССР, нов. сер., в 1 (1956). [2] Тезисы докладов на межвед. совещании по разработке унифицированных стратиграфич. схем Сибири, Л., 1956. [3] В. Н. Сакс, Тр. Арктич. н.-и. инст., 201 (1948). [4] С. Б. Шацкий, Тр. Томск. гос. унив., 13, в. 1 (1956).

Таблица 1

Схема палеофитоценотического обоснования стратификации четвертичных отложений бассейна нижнего течения р. Оби

Отдел	Ярус	Горизонт	Характер отложений	Основные фазы в развитии растительности: № фазы	Основные фазы в развитии растительности: тип растительности	Характер спорово-пыльцевых спектров	Микроскопические растительные остатки* (определения С. В. и Н. Я. Кац)	Флора диатомовых (определения А. П. Жузе и М. А. Чижиковой)
Голоцен			Отложения поймы. Озерно-болотные от-	XII	Тундра и елово-лиственничная лесотундра в северной части района редколесья и северотаежные леса в южной	Верхний максимум пыльцы Betula nana, максимум пыльцы Picea, много пыльцы травянистых растений	Aulacomnium turgidum (Whlg.,) Sch. Dicranum elongatum Schleich., Carex chordorrhiza Ehr., Betula nana L. и др.	
				XI	Березовые леса с примесью ели, лиственницы, местами со сфагновыми болотами	Максимум пыльцы Betula (древовидной) при значительном участии пыльцы Picea	Кора древовидной березы, кора и хвоя лиственницы, ели. Carex rostrata Stok., C. limosa L. и другие виды, Menyanthes trifoliata L. и др.	Формы, характерные для речных, реже озерных водоемов Melosira granulata Ehr. и др.
				X	Елово-лиственничная лесотундра с большим участием карликовой березы	Нижний максимум пыльцы Betula nana, максимум пыльцы Picea	Betula nana L.	
		сартанский	Отложения I надпойменной террасы р. Оби и ее притоков	IX	Тундра в северной части района, березовые и еловые редколесья в южном	Преобладание пыльцы кустарников, кустарничков и травянистых растений. Много пыльцы Betula nana, злаков и разнотравья. В составе пыльцы древесных пород преобладает пыльца Betula, много пыльцы Alnus		Формы, характерные для стоячих водоемов Pinnularia borealis Ehr., P. mesolepta (Ehr.) W. Sm. и текучих вод Eunotia praerupta Ehr., Didymosphenia geminata (Lyngb.) M. Schmidt и др.
Плейстоцен	верхний	каргинский	Отложения II надпойменной террасы р. Оби	VIII	Лесотундра в северной части района, березовые редколесья в южной	Преобладание пыльцы кустарников, кустарничков и травянистых растений. Среди пыльцы древесных пород преобладает пыльца Betula		Формы, характерные для озерных и речных водоемов: Achnanthes calcar Cl., Asterionella formosa Hass. и др.
			Озерно-аллювиальные отложения в долине р. Сибялей-Сё.	VII	Березово-еловые леса с примесью лиственницы, местами со сфагновыми болотами	Максимум пыльцы Betula (древовидной), много пыльцы Picea, спор папоротников и сфагновых мхов	Древесина лиственницы ели и березы. В торфе остатки Sphagnum (разные виды) и других растений. Семена Menyanthes trifoliata L., Carex rostrata Stok. и др.	
				VI	Березово-лиственничная лесотундра в северной части района, редколесья в южной	Преобладание пыльцы кустарников, кустарничков и травянистых растений. В составе пыльцы древесных пород много пыльцы Betula и Pinus silvestris, встречается Larix		
		зырянский	Озерно-ледниковые и озерно-аллювиальные отложения	V	Открытые ландшафты со значительным участием в растительном покрове полыни, лебедовых, злаков, разнотравья и карликовой березы	Преобладание пыльцы травянистых растений		Формы, характерные для холодных пресноводных водоемов: Navicula amphibola Cl., Cymbella aspera (Ehr.) и др.
			Морена на водоразделах в северной части района		Остатки флоры отсутствуют			
		сангомпанский	Прибрежно-морские отложения на северной окраине района, южные озерные и аллювиальные отложения	IV	Открытые ландшафты со значительным участием в растительном покрове полыни и лебедовых	Преобладание пыльцы травянистых растений за счет пыльцы Artemisia и Chenopodiaceae		Солоноводно-морские формы на северной окраине района Bacterosira fragilis (споры), Grammatophora arcuata Ehr. и др. В остальной части района формы, характерные для стоячих водоемов, реже текучих вод — Melosira islandica O. Müll., Pinnularia lata (Bred.) и др.
				III	Елово-кедровые леса с примесью сосны, березы	Преобладание пыльцы древесных пород. Максимум пыльцы Picea	Menyanthes trifoliata L., Carex rostrata Stok. и др.	
		салемальский	Прибрежно-морские и озерно-лагунные отложения	II	Открытые ландшафты со значительным участием в растительном покрове полыни, лебедовых и карликовой березы	Преобладание пыльцы травянистых растений за счет пыльцы Artemisia и Chenopodiaceae. Много пыльцы Betula nana		Формы, характерные для пресноводных озерных водоемов Pinnularia viridis (Nitzsch.,) Ehr. и другие виды. Amphora ovalis Kütz., Stauroneis phoenicenteron Ehr. и др.
	средний			I	Березовые ландшафты в северной части района, березовые, лиственничные и еловые редколесья в южной	Преобладание пыльцы кустарников и травянистых растений. В составе пыльцы древесных пород преобладает пыльца Betula, присутствует пыльца Picea, Pinus и Larix		
		самаровский	Морена максимального оледенения			Преобладает переотложенный комплекс пыльцы меловых и третичных [illegible]		

* Все находки обнаружены в зоне современной тундры

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МИНЕРАЛОГИЯ

А. П. КАЛИТА

О СОСТАВЕ ОБРУЧЕВИТА—ГИДРАТИРОВАННОЙ УРАНО-ИТТРИЕВОЙ РАЗНОВИДНОСТИ ПИРОХЛОРА

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 10 V 1957)

В 1945 г. Е. И. Нефедовым в пегматитах Северо-Западной Карелии (район Алакуртти) был обнаружен своеобразный метамиктный танталониобат, первоначально определенный им как эльсвортит. В 1949 г. этот тантало-ниобат изучался А. А. Беусом и был выделен им как новый минерал из группы пирохлора, которому в честь академика В. А. Обручева было дано название обручевит ([2]). Изучение обручевита было продолжено автором настоящей статьи в 1955—1957 гг. под руководством А. А. Беуса.

Описываемый минерал был встречен в пегматитовой жиле, залегающей на контакте биотитовых плагиогнейсов с небольшим массивом амфиболизированного габбро. Протяженность пегматитовой жилы 210 м, при мощности в раздуве до 60 м, простирание ее 310—315° на С.-З., падение крутое.

Строение жилы характеризуется четкой симметричной зональностью. В направлении от периферии к центру жилы зоны сменяются в следующем порядке: 1) кварц-микроклин-плагиоклазовая зона пегматоидной структуры мощностью от 0,3 до 0,5 м; 2) кварц-микроклиновая зона крупнографической структуры мощностью от 2 до 5 м; 3) кварц-альбит-олигоклазовая зона апографической структуры мощностью от 5 до 10 м; 4) зона грубозернистого альбита мощностью от 1 до 3 м; 5) альбит-мусковитовая зона мощностью от 0,5 до 2 м; 6) ядро, сложенное микроклин-пертитом и кварцем гиганто-блоковой структуры, мощностью до 20—25 м в раздуве; 7) гнездообразные и трещинные обособления сахаровидного альбита № 3 в блоковом микроклин-пертите и кварце и мелкочешуйчатого мусковита в блоковом кварце.

Детальное минералогическое изучение парагенетических комплексов, слагающих пегматитовое тело, позволило установить, что существенную роль в составе пегматита играют минералы стадии замещения. В частности, кварц-альбит-олигоклазовая зона апографической структуры (альбит-олигоклаз №№ 10—12) и зона грубозернистого альбита (альбит № 8) являются продуктом наложения ранней альбитизации на внешнюю кварц-микроклиновую зону графической структуры и, в меньшей степени, на блоки микроклина, расположенные в периферической части ядра пегматитового тела. В свою очередь альбит-мусковитовая зона образовалась в результате более поздней мусковитизации грубозернистого альбита на границе с кварц-микроклиновым ядром.

Выделения обручевита обнаруживаются во всех зонах замещения, сложенных ранней генерацией альбита №№ 8—12, а также по трещинам в блоковом кварце. Однако наиболее крупные выделения обручевита приурочены к зоне грубозернистого альбита и реликтам альбита среди крупнопластинчатого мусковита. В этих участках минерал встречается в виде неправильных выделений и гнезд, достигающих в поперечнике 5 см и бо-

лее. Наряду с гнездами местами наблюдаются выделения вытянутой формы, достигающие 2—3 см по длинной оси. Вокруг выделений обручевита в грубозернистом альбите обнаруживаются характерные радиально-лучистые трещинки, а также ореол буровато-желтых охр. Кварц, окружающий выделения обручевита, окрашен в темно-дымчатый, почти черный цвет.

Нередко обручевит находится в тесной ассоциации с крупнокристаллическим гранатом, выполняющим трещины в грубозернистом альбите. Вблизи скоплений граната и обручевита в ряде случаев встречается фергусонит, колумбит и, реже, ортит. Как правило, все минералы, выполняющие трещины в грубозернистом альбите, окружаются пластинчатым мусковитом.

Таблица 1

Химические анализы обручевита

Компоненты	Содержание, %		Атомное количество катионов		Атомное количество кислорода	
Na_2O	2,43;	2,03	78;	64	39;	32
K_2O	0,31;	0,70	6;	14	3;	7
CaO	2,82;	2,66	50;	48	50;	48
MgO	0,26;	0,18	6;	4	6;	4
MnO	0,35;	—	4;	—	4;	—
Y_2O_3	11,34;	11,73	100;	104	150;	156
Ce_2O_3	0,66;	1,13	4;	6	6;	9
ThO_2	0,26;	0,11	2;	—	1;	—
UO_3	9,72;	10,50	34;	39	102;	87
Fe_2O_3	4,30;	3,52	54;	48	81;	72
Al_2O_3	—	1,40	—	26	—	39
SiO_2	3,78;	3,20	62;	53	124;	106
TiO_2	6,29;	2,74	79;	34	158;	68
Nb_2O_5	37,54;	37,30	282;	280	725;	700
Ta_2O_5	5,47;	7,23	24;	32	60;	80
H_2O^+	7,77;	14,50	862;	—	431	806
H_2O^-	6,48;		720;	—	360	
П. п. п.	—	1	—	—	—	—
Сумма . .	99,78;	100,33	—	—	—	—

Примечание. Во всех графах таблицы первая цифра по анализу М. Е. Казаковой, вторая по анализу М. В. Кухарчик.

Цвет типичного обручевита шоколадно-коричневый; блеск стеклянный до алмазного; излом раковистый.

Под микроскопом минерал изотропен. Показатель преломления в изученных образцах колеблется в пределах 1,830—1,835. В полированных шлифах легко поддается травлению HF. Удельный вес обручевита, окрашенного в различные оттенки коричневого цвета, колеблется от 3,60 до 3,80. Твердость 4,5—5.

Результаты химического анализа образца (№ 1) описываемого минерала (аналитики М. Е. Казакова) оказался существенно отличными от известных в литературе анализов минералов из группы сложных окислов ниобия и тантала (табл. 1).

Рентгеноструктурное исследование минерала, проведенное Н. Т. Пиневич, позволило установить его метамиктный характер. Порошкограмма обручевита была получена после прокаливания до 1100°. По количеству линий и межплоскостным расстояниям обручевит обнаруживает существенное сходство с минералами группы пирохлора (см. табл. 3). Расчет параметров элементарной ячейки прокаленного обручевита, произведенный исходя из кубической объемно-центрированной решетки, дает значения, колеблющиеся у различно окрашенных разновидностей от 10,0 до 10,34 Å.

На основании данных рентгеноструктурного исследования пересчет химического анализа обручевита был произведен на формулу, отвечающую составу минерала из группы пирохлора, т. е. $A_2B_2O_6(OH)$ (табл. 2). Группируя катионы и приняв за основу пересчета группу B — (Nb, Ta, Ti, Fe), мы получим значительный недостаток катионов в группе A, обусловленный, по всей вероятности, дефектной структурой гидратированного минерала, из которого вынесена часть легкоподвижных катионов (Na, Ca). Нарушение электростатического равновесия в данном случае, как это было отмечено и для других сложных окислов ниобия и титана Л. С. Бородиным [1], компенсируется замещением соответствующей части кислорода

Таблица 2

Пересчет анализов обручевита на сумму катионов группы B-2

Катионы	Группа	Образец № 1	
		число атомов катионов	валентность катионов
Na	A-1,27	0,36	×1 = 0,36
K		0,03	×1 = 0,03
Ca		0,22	×2 = 0,44
Mn		0,02	×2 = 0,04
Y		0,45	×3 = 1,35
Ce		0,02	×3 = 0,06
Th		0,01	×4 = 0,04
U		0,16	×6 = 0,96
Fe	B-2,00	0,24	×3 = 0,72
Ti		0,36	×4 = 1,44
Nb		1,27	×5 = 6,35
Ta		0,10	×5 = 0,55
Mg		0,03	×2 = 0,06
Сумма		—	12,40

Таблица 3

№№ п. п.	Обручевит, Алакуртти, t = 1100°; λ = Fe; $2R$ = 57,3 d = 0,6; эксп. 25 час.*		Обручевит, Алакуртти t = 950°; λ = Fe; $2R$ = 57,3 d = 0,6; эксп. 15 час.*		Пирохлор, Ловозеро λ = Fe $2R$ = 57,3; d = 0,6**	
	I	d, Å	I	d, Å	I	d, Å
1		—	3	4,016		—
2	4	3,454		—		—
3		—		—	2	3,28
4	5	3,152	6,5	3,154		—
5	1	—		—	4	3,10
6	10	2,975	10	2,990	10	2,98
7	3	2,578		—	4	2,58
8	3	2,495	6,5	2,488		—
9		—		—		—
10	2	1,816	6,5	1,825	10	1,83
11		—		—		—
12	9	1,695	5	1,686		—
13		—	3	1,654		—
14	5	1,550		—	8	1,560
15	7	1,488		—	2	1,495
16		—		—	1	1,452
17		—	5	1,349	1	1,345
18		—		—	1	1,291
19	3	1,183		—	5	1,189
20		—		—	5	1,158
21		—		—		—
22		—		—		—
23	2	1,053		—	3	1,058
24		—		—	2	0,997

* Анализ производила Н. Г. Пиневич.
** По данным Л. С. Бородина и И. И. Назаренко.

на ОН-группу. Таким образом, пересчет имеющихся анализов обручевита (табл. 3) приводит к общей формуле гидратированного пирохлора $A_{2-n}B_2$ $[O_{6-n}(OH)_n](OH)$ или для обручевита — $(Y, Na, Ca, U...)_{1,27}$ $(Nb, Ta, Ti, Fe)_2$ $(O_{5,40}, OH_{0,60})$ $(OH)\cdot 1{,}13\cdot H_2O$.

Наличие двух форм воды в минерале устанавливается на кривой обезвоживания (рис. 1), позволяющей наметить два температурных интервала ее выделения *.

Р. Л. Баринским был определен состав редких земель в обручевите. 50% общей суммы редких земель составляют иттрий и гадолиний.

Результаты изучения позволяют характеризовать обручевит как сильно гидратированную урано-иттриевую разновидность пирохлора. От пирохлора и мариньякита (цериевой разновидности пирохлора) обручевит отличается высоким содержанием иттрия и урана, от эльсвортита и гат-

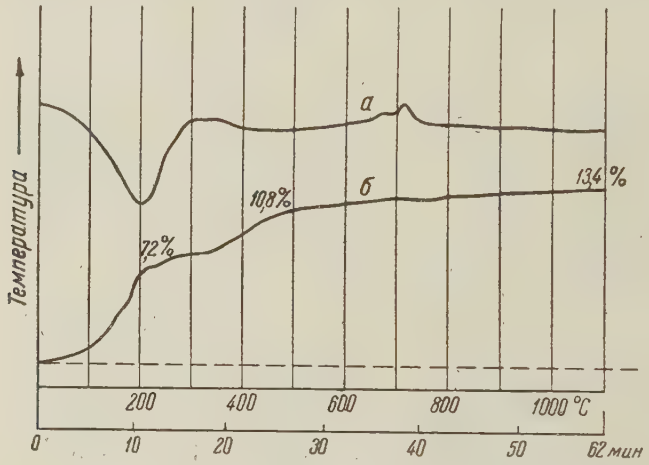


Рис. 1. *а* — Дифференциальная кривая нагревания обручевита
б — кривая изменения веса

четтолита — содержанием иттрия (эльсвортит иттрия не содержит, гатчеттолит содержит очень мало). В отличие от бетафита обручевит характеризуется высоким содержанием иттрия и значительно меньшим — урана. Следует отметить, что вопросы систематики минералов группы пирохлора еще недостаточно изучены.

Тесная ассоциация обручевита с кварц-альбитовым и альбитмусковитовыми замещающими комплексами, частая приуроченность обручевита к трещинам в грубозернистом альбите и блоковом кварце позволяет связать его образование с наиболее поздними этапами стадии замещения.

Институт минералогии, геохимии
и кристаллохимии редких элементов
Академии наук СССР

Поступило
8 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. С. Бородин, ДАН, 95, № 4 (1954). [2] Р. В. Гецева, К. Т. Савельева, Руководство по определению урановых минералов, 1954.

* Термограмма обручевита получена А. И. Цветковым в термической лаборатории ИГЕМ АН СССР.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

А. Н. ГЛАДКОВА

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ДАННЫЕ О ФЛОРЕ ИЗ ПЛИОЦЕНОВЫХ ОТЛОЖЕНИЙ ПОЛУОСТРОВА ЧЕЛЕКЕНА

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 17 VI 1957)

Первая и пока что единственная ископаемая флора из неогеновых красноцветных отложений п-ова Челекена, обнаруженная Н. Н. Форшем и С. Н Колядным и определенная Э. Н. Кара-Мурза, несмотря на малочисленный состав входящих в нее компонентов, представляет значительный интерес. В ней, помимо обычных широко распространенных растений, связанных с побережьями рек и озер и являющихся в большинстве своем космополитами, обнаружены листья тополя, отнесенные Э. Н. Кара-Мурза к подроду Turanga Bge. ряда Euphraticae (Dode) Kom., ныне произрастающего в тугайных лесах Средней Азии и являющегося, таким образом, элементом, приуроченным к определенной географической зоне.

Эта находка позволила определившему ее автору прийти к выводу о близости физико-географической обстановки и экологических условий в период существования этой растительности с современными условиями развития среднеазиатских тугайных лесов.

Эти первые сведения о растительности п-ова Челекена во время накопления осадков верхнего отдела красноцветной толщи, дополняются и расширяются данными палинологического анализа.

Одновременно с листовыми отпечатками из того же самого горизонта и вышележащих осадков, слагающих хребет Чохрак, С. Н. Колядным и Н. Н. Форшем была отобрана коллекция образцов, переданная нам на палинологический анализ. В результате исследования их пыльценосными оказались три образца, в числе которых один происходил из горизонта с листьями.

Общий список определенных в них растений следующий: Filicales (точнее не определены), Ephedra sp., Typha sp., Gramineae gen. sp., Eremurus sp., Calligonum sp., Haloxylon (?), Kochia aff. prostrata (L.) Schrad., K. laniflora (S. G. Gmel.) Borb., K. sp., Alexandra aff. Lehmanni Bge., Horaninowia anomala (C. A. M.) Moq., Anabasis aff. micradena Iljin, Nanophyton sp., Chenopodiaceae gen. sp., Caryophyllaceae gen. sp., Nymphaceae gen sp., Ranunculaceae gen. sp., Cruciferae gen. sp., Leguminosae gen. sp., Artemisia подрода Seriphidium (Bess.) Kraschen., Matricaria aff. lamellata Bge., Compositae gen. sp., Angiospermae (точнее не определенные).

Состав флоры, так же как и соотношение различных ее компонентов, в каждом горизонте сохраняется почти одинаковым.

Наибольшее распространение везде имеет пыльца лебедовых, главным образом из подсемейства Cyclolobeae C. A. M., небольшую примесь составляют Ephedra, Calligonum, Artemisia, Matricaria. Злаки и другие травянистые растения как наземные, так и прибрежно-водные, представлены в небольших количествах. Очень редки также находки пыльцы древесных пород.

Аналогичного же характера полинологический комплекс был получен в одной из скважин п-ова Челекена. Заключающий его образец породы, как

и предыдущие, был передан автору этих строк С. Н. Колядным и Н. Н. Форшем. В нем определен следующий состав флоры: Filicales (точнее не определены), Ephedra sp., Gramineae gen. sp., Alnus sp., Polycnemum aff. arvense L., Atriplex aff. nitens Schkuhr., Kochia aff. prostrata (L.) Schrad., Kochia aff. laniflora (S. Gmel.) Borb., Corispermum sp., Salsola aff. soda L., S. aff. arbuscula Pall., Ofaiston aff. monandrum (Pall.) Moq., Nymphaceae gen. sp., Matricaria aff. lamellata Bge. и др. Compositae gen. sp., Angiospermae (точнее не определенные).

По существу, данный список от предыдущего отличается лишь в деталях. В нем разнообразнее представлено сем. Chenopodiaceae и меньше растений из других систематических категорий. В целом же характер флоры обоих приведенных комплексов является почти идентичным. Он указывает на широкое развитие в районе п-ов Челекена во вторую половину среднего плиоцена кустарниковых и кустарничковых формаций ксерофитного типа, наиболее типичными представителями которых в настоящее время являются саксаул (Haloxylon), джузгун (Calligonum), хвойных (Ephedra) и некоторые другие.

Растениями галофитного ряда являются Alexandra, Ofaiston, Salsola soda и другие маревые.

Заметное участие в составе флоры принимают представители относительно более широкой экологической ориентации. Среди них можно привести отдельные виды Atriplex, Polycnemum, Kochia, некоторые злаки, крестоцветные, бобовые и др.

Широко распространенная в условиях современных, главным образом южных пустынь Средней Азии группа эфемероидов и эфемеров, обладающих чертами луговых, т. е. мезофитных растений, в приведенном комплексе не нашла должного освещения, что можно объяснить недостаточной изученностью морфологии пыльцы этих растений. Однако находки пыльцевых зерен Eremurus aff. anisopterus (Kar. et Kir.) Rgl. и Matricaria aff. lamellata Bge., а также некоторых крестоцветных свидетельствуют об участии эфемеров и эфемероидов в составе флоры исследуемого отрезка времени. Это подтверждается также находками пыльцы Ixiolirion aff. tataricum (Pall.) Roem. et Schult. и Chartoloma aff. platycarpum Bge. в одновозрастных отложениях Небит-Дага.

Наряду с растениями полупустынь и пустынь в комплексе отмечены также представители водных и прибрежноводных сообществ из семейств рогозовых (Typha) и нимфейных (Nymphaceae).

Пыльца древесных пород из сем. тутовых (Moraceae) и ольхи (Alnus) отмечена в виде редких находок.

При сопоставлении списков флоры, полученных в результате палинологического анализа, со списками, составленными на основании изучения листовых отпечатков, обращает на себя внимание несоответствие их между собой. Кроме злаков и, возможно, рогоза (Typha) в них нет общих растений.

Объяснение этому явлению находим в самой специфике обстановки изучаемой территории. Известно, что в аридных областях растения равнинных местообитаний в ископаемом состоянии, как правило, не сохраняются, так как высыхают и разрушаются на месте своего произрастания, не попадая в области сноса, в то время как растения, обрамляющие водоемы, находятся в этом смысле в более благоприятных условиях: их листья, семена, плоды и пыльца захороняются прямо на месте. Поэтому все известные немногочисленные листовые флоры пустынь представлены преимущественно интразональной прибрежноводной группой растений. Лишь в очень редких случаях вместе с ними обнаруживаются остатки растений, слагавших сообщества тугаев. Отсутствие в палинологическом спектре одного из типичных его представителей, а именно Populus subgen. Turanga ряда Euphraticae вызвано плохой сохранностью пыльцы этого рода в ископаемом состоянии.

Если флора листовых отпечатков позволила сделать вывод о существо-

вании в исследуемый отрезок времени в районе п-ова Челекена тугаев, близких к тем, которые поныне сохранились в долинах рек Мургаба и Теджена, то данные палинологического анализа позволили составить представление о характере растительного покрова плакорных местообитаний, также обнаруживающих значительное сходство с современными ландшафтами пустынь Средней Азии.

Сходство это можно наблюдать не только в наличии некоторых общих родов, а возможно, и видов; оно проявляется также в господствующей роли кустарничков и кустарников, являющихся, как известно, характерными жизненными формами пустынь.

Приведенная здесь флора не имеет себе аналогов среди других известных одновозрастных флор СССР и Европы, что подчеркивает ее специфический, обособленный характер, явившийся следствием существования континентального климатического режима в плиоценовое время на территории Средней Азии. Наличие этой флоры, с одной стороны, подтверждает мнение о зональном распределении растительного покрова в плиоцене на территории СССР, с другой — указывает на изменение его с запада на восток в связи с континентализацией климата.

Всесоюзный нефтяной научно-исследовательский геологоразведочный институт

Поступило
13 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. Н. Кара-Мурза, С. Н. Колядный, Н. Н. Форш, ДАН, 102, № 1 (1955). [2] А. Н. Криштофович, Пустыни СССР и их освоение, 2, 1954. [3] Н. Д. Мчедлишвили, Автореферат, АН ГрузССР, 1956.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

П. И. ДОРОФЕЕВ

О ПЛИОЦЕНОВОЙ ФЛОРЕ НАГАВСКИХ ГЛИН НА ДОНУ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 17 VI 1957)

Описываемая флора была собрана автором еще в 1949 г. в обнажении левого берега Дона, расположенного между х. Кривским и станицей Нагавской (2—3 км выше х. Кривского). Этот участок известен у местных жителей под названием Матанов сад (раньше здесь был х. Сергеев). Здесь вскрывается разрез плиоценовой (нагавской) террасы, образующей водораздел Дона и Сала, который, по Г. И. Попову ([4]), слагают следующие горизонты:

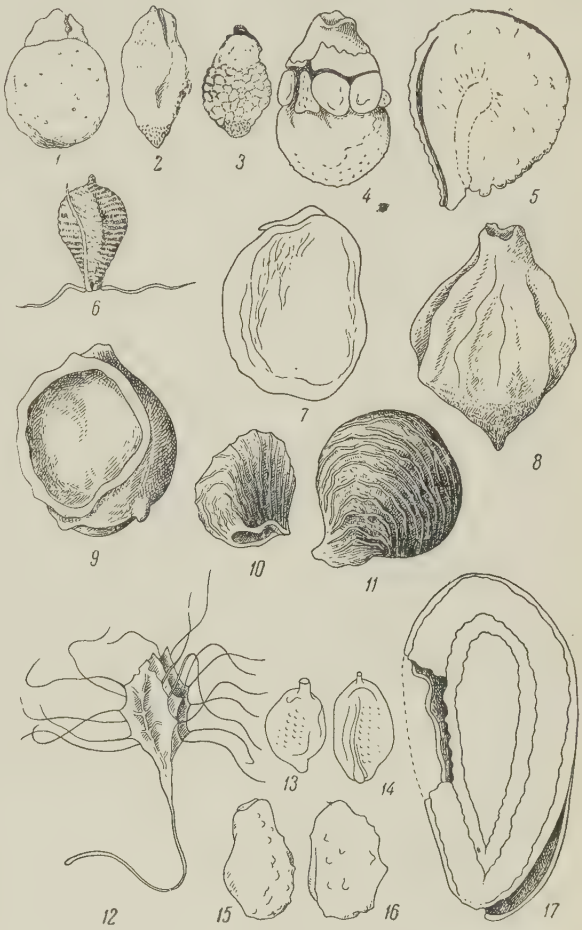
1. Q_1eol. Лессовидные суглинки . . . . . 8 м
2. N_2^s Скифские глины . . . . . 9 м
3. N_2^k al. Кривские слои — мелкозернистые горизонтально- и косослоистые пески с прослоями железистого песчаника . . . . . 9 м
4. N_2^n lal. Нагавские левантинские слои — черные и серые тонкослоистые песчанистые глины с обильной фауной унионид, палюдин и др. . . . . 2 м
5. N_2^e Ергенинские пески . . . . . 12 м
6. Pg_3 Темные и серые глины, уходящие под урез (? майкоп)

Растительные остатки в виде прослоев трухи находились лишь в прослоях горизонта 4. Отмучиванием из породы были выделены плоды, семена, мегаспоры, по которым были определены следующие растения:

Salvinia glabra Nikitin
S. tuberculata Nikitin
S. intermedia Nikitin
Azolla pseudopinnata Nikitin
Typha sp.
Sparganium crassum Nikitin
Potamogeton pectinatus L.
P. trichoides Ch. et Schl.
P. perfoliatus L.
Potamogeton spp.
Zannichellia palustris L.
Najas marina L.
N. foveolata A. Br.
N. tenuissima A. Br.
Sagittaria sagittifolia L.
Alisma plantago-aquatica L.
A. arcuatum Mich.
Bitomus umbellatus L.
Stratiotes intermedius Chandler
Setaria sp.
Scirpus lacustris L.
S. melanospermus C. A. M.
Cyperus glomeratns L.
Cyperus sp.
Carex spp.
Dilichium vespiforme C. et. E. M. Reid
Salix sp.
Betula sp.
Morus cf. nigra L.
Polygonum sp.
Rumex maritimus L.
R. Marschallianus Rchb.
Chenopodium album L.
Ch. rudrum L.
Ch. polyspermum L.
Chenopodium sp.
Atriplex spp.
Polycnemum arvense L.
Nymphaea sp.
Ceratophyllum demersum L.
C. submersum L.
Ranunculus aquatilis L.
R. sceleratus L.
Ranunculus sp.
Aldrovanda sp.
Capparis sp.
Cleoma sp.
Bunias Sukaczeoii (Nikitin) Kipiani
Rubus caesius L.
Potentilla spp.
Linum sp.
Euphorbia cf. palustris L.
E. cf. esula L.
Vitis sp.

Kosteletzkya Nikitinii Dorof.
Hypericum coriaceum Nikitin
Viola sp.
Myriophyllum praespicatum Nikitin
Hippuris vulgaris L.
Oenanthe sp.
Umbelliferae gen.
Stachys palustris L.
Lycopus cf. europaeus L.
Ajuga sp.
Labiatae gen.
Physalis pliocenica Szafer
Solanum dulcamara L.
Hyosciamus niger L.
Sambulus cf. nigra L.
Cirsium sp.
Taraxacum sp.
Carpolithes spp. 1—3

На месте сбора было промыто очень большое количество породы, однако остатки древесных пород и кустарников в отмученной трухе встречались довольно редко, причем в относительно большом количестве были коробочки ив, семена шелковицы и бузины. В основном же среди отобранных для определения остатков преобладали мегаспоры сальвиний, азолли, косточки рдестов, семена наяд, частух и сусака, орешки осоковых, плодики щавелей и роголистника, семена маревых, причем, несомненно, ископаемых, так как внутренние стороны их кожуры были покрыты выцветами вивианита и пирита, многочисленны были остатки Stachys palustris и семена Physalis pliocenica. Исследованная порода отлагалась в спокойном водоеме, скорее всего совершенно пресном. Большая часть растений описываемой флоры произрастала в воде или около воды, некоторые — на лугах, на песчаных берегах или обнаженных склонах долин. Почти весь состав флоры можно уместить в пределы долины и даже поймы реки или лимана. Такое соотношение экологических групп растений очень характерно для ископаемых флор, погребенных в отложениях спокойных водоемов в условиях безлесного ландшафта, так как в третичных и четвертичных ископаемых флорах лесных районов, даже в условиях захоронения их в спокойном водоеме, при значительном количестве остатков водно-болотных растений, свидетельствующих только о среде,



1 — Salvinia glabra Nikitin, мегаспора, 30 ×; *2* — S. intermedia Nikitin, мегаспора 30 ×; 3 — S. tuberculata Nikitin, мегаспора, 30 ×; *4* — Azolla pseudopinnata Nikitin, мегаспора, 30 ×; *5* — Cleome sp., семя, 9 ×; *6* — Scirpus melanospermus C. A. M., орешек, 16 ×; *7* — Morus cf. nigra L., семя, 16 ×; *8* — Sparganium crassum Nikitin, эндокарпий, 16×; *9*—Bunias Sukaczewii (Nikitin) Kip., плод, 16 ×; *10—11* — Kosteletzkya Nikitinii Dorof., семена, 16 ×; *12*— Rumex Marschallianus Rchb., плод с долями околоцветника, 16 ×; *13—14*— Hypericum coriaceum Nikitin, семена, 30 ×; *15—16* — Myriophyllum praespicatum Nikitin, орешки, 16 ×; *17* — Trichosanthes fragilis E. M. Reid., семя, 9 ×

в которой отлагалась исследуемая порода, всегда представлены древесные породы и кустарники, слагавшие ландшафтные лесные массивы.

Отсутствие в рассматриваемой флоре лесообразующих пород и, напротив, наличие в ней растений, характерных для степных районов, как Polycnemum arvense, Rumex Marschallianus, Bunias Sukaczevii (aff. B. Cochlearioides Murr.), большого количества остатков маревых, позволяет предполагать безлесный и, возможно, даже степной ландшафт водоразделов в эпоху отложения исследованной породы, однако эдификаторы современных лесных сообществ во флоре отсутствуют. Едва ли в нагавский век в этом районе были современные степи, так как во всех раннеплейстоценовых флорах юго-востока Русской равнины упорно фиксируются Picea, Selaginella selaginoides, Betula humilis, Menyanthes trifoliata и др. К концу плейстоцена эти бореальные элементы на юге Русской равнины исчезают, и только с этого времени здесь окончательно формируется современная степь, причем доисторическая, т. е. со значительно большим участием в ней лесных элементов, уничтоженных последующим иссушением и человеком. Севернее, в пределах Воронежа ([3]), Самарской луки ([1]), Камы ([2]), плиоценовые флоры даже по небольшим образцам воспроизводят лесные, в основном таежные сообщества.

Анализируя фауну, Г. И. Попов ([4]) сопоставляет нагавские глины со средними и отчасти с верхними горизонтами левантинских слоев Румынии, верхами левантинских слоев Молдавии, нижней зоной верхнепалюдиновых слоев Славонии Н. А. Григорович-Березовского и верхами среднепалюдиновых слоев А. П. Павлова. В заключение Г. И. Попов пишет, что «нагавские слои должны быть отнесены к нижнему апшерону или скорее к акчагылу». Плиоценовый возраст нагавских глин с несомненностью подтверждается наличием в них остаков очень характерных растений, не перешедших в плейстоцен: Salvinia tuberulata, S. intermedia, Azolla pseudopinnata, Sparganium crassum, Najas foveolata, Stratiotes intermedius, Dulichium vespiforme, Trichosanthes fragilis. Наличие во флоре сравнительно большого количества современных и местных видов, категорически отрицающее миоцен, не противоречит плиоценовому возрасту флоры, так как все плиоценовые флоры Русской равнины таковыми изобилуют. При большом своеобразии состава, которое можно объяснить лишь географическим положением, нагавская флора вполне сопоставима в возрастном отношении с флорами Кривоборья и Чертовицого в Воронежской обл., с флорами кинельских слоев Самарской луки и Камы, в настоящее время относимых геологами к среднему плиоцену. Плиоценовых флор пока известно мало, изучены они еще плохо, поэтому уверенно сопоставлять их еще очень трудно, но едва ли нагавская флора окажется более молодой, чем воронежские и камские.

Ботанический институт им. В. Л. Комарова
Академии наук СССР

Поступило
17 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. И. Дорофеев, ДАН, **110**, № 4 (1956). [2] П. И. Дорофеев, Сборн. к 75-летию академику В. Н. Сукачеву, Изд. АН СССР, 1956. [3] П. А. Никитин, Плиоценовые и четвертичные флоры Воронежской обл., Изд. АН СССР, 1957. [4] Г. И. Попов, Матер. по геол. и полезным ископ. Азово-Черноморья, сборн. 22 (1947).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

А. А. ЧИГУРЯЕВА и Е. А. СКИДАНОВА

МАТЕРИАЛЫ К ИСТОРИИ РАСТИТЕЛЬНОСТИ ЮГО-ВОСТОКА В СРЕДНЕПЛЕЙСТОЦЕНОВОЕ ВРЕМЯ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 18 VI 1957)

За последние годы как в СССР, так и в зарубежных странах появилось много работ по истории флоры и растительности плейстоцена Европы. Однако изученность растительности отдельных отрезков плейстоцена далеко не полная и не одинаковая. Нет еще достаточно данных для сравнительной характеристики растительности плейстоцена на всем его протяжении, хотя попытки такого рода имеются в ряде работ ([1–4]). Данные о растительности среднего плейстоцена Юго-Востока Европейской части СССР имеются лишь в работах ([5–10]).

В настоящей работе приводятся результаты проведенных нами спорово-пыльцевых анализов свыше 1000 образцов из отложений районов Юго-Востока: г. Балакова (Саратовская ГЭС), самотечного канала Волга — Урал, среднего течения р. Урала, датируемых геологами среднеплейстоценовыми. Для данных отложений нами установлено 16 спорово-пыльцевых комплексов: 1 — елово-сосновый с наличием лиственных пород; 2 — сосново-еловый; 3 — сосново-елово-березово-сфагновый; 4 — сосново-еловый с наличием лиственных пород; 5 — сосново-елово-лиственный; 6 — сосновый с наличием ели; 7 — сосново-березово-ольхово-полынно-маревый; 8— сосново-березово-полынно-маревый; 9 — сосново-елово-марево-полынный; 10 — сосново-елово-маревый с наличием лиственных пород; 11 — маревый с наличием сосны; 12 — марево-полынный с наличием сосны; 13 — сосново-елово-маревый; 14 — сосново-елово-папоротниковый; 15 — сосново-марево-полынный с наличием ели и лиственных пород; 16 — сосново-марево-полынный*. Состав комплексов приведен в табл. 1.

Анализ состава комплексов, размещения их по скважинам и сопоставление по отдельным районам позволяет наметить пять фаз в развитии растительности Юго-Востока в среднеплейстоценовое время: I фаза (снизу) — елово-сосновых и сосново-еловых лесов; II фаза — сосново-елово-березовых лесов с марево-полынными группировками; III фаза — марево-полынных группировок; IV фаза — сосново-еловых лесов с марево-полынными группировками; V фаза — марево-полынных группировок и сосновых лесов. Краткая характеристика фаз дана в табл. 2, из которой видно, что на Юго-Востоке в начале среднего плейстоцена доминировали елово-сосновые и сосново-еловые леса. Большое участие ели в составе хвойных лесов начала первой фазы затем переходит безраздельно к сосне. Вместе с этим возрастает значение марево-полынных группировок до фазы термического оптимума.

Далее значение лесов в составе растительности увеличивается, а в конце среднего плейстоцена леса снова сменяются марево-полынными группировками, т. е. в продолжение среднего плейстоцена устанавливается смена лесных группировок травянистыми степного или полупустынного характера.

* Название комплексов дается по преобладанию тех или иных форм.

Таблица 1

Спорово-пыльцевые комплексы среднеплейстоценовых отложений Юго-Востока (состав в %)

№ фазы	I						II			III			IV		V	
№ комплекса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Пыльца древесных пород	74,7	86,5	60,7	72,0	82,2	93,9	48,4	27,3	36,1	12,4	11,0	6,0	44,8	59,1	21,7	26,1
Пыльца кустарников и кустарничков	0,4	0,5	1,3	0,4	0,7	0,2	0,4	0,2	—	0,2	—	—	—	0,7	0,1	0,4
Пыльца травянистых растений	5,7	1,8	7,0	9,6	5,7	1,0	34,6	61,3	61,6	83,7	88,1	93,4	47,4	21,6	74,7	73,1
Споры	19,2	11,2	31,0	18,0	11,4	4,9	16,6	11,2	2,3	3,7	0,9	0,6	7,8	18,6	3,5	0,4
Pinus subgen. Diploxylon *	30,5	50,1	42,4	55,9	55,7	89,8	25,5	50,2	47,0	42,5	33*	8*	67,1	54,7	55,0	94,6
Abies	8,3	6,2	1,1	2,2	2,4	0,4	0,9	0,7	—	1,9	—	—	4,9	0,7	—	1,8
Picea	44,4	38,2	22,9	35,0	29,5	9,8	16,0	15,9	36,0	33,0	2*	—	26,4	35,3	22,6	—
Betula	12,3	3,7	29,7	4,2	7,0	—	26,4	22,4	9,4	14,3	1*	—	0,8	5,6	13,4	1,8
Corylus	—	1,0	0,1	0,7	0,9	—	7,0	0,7	4,8	3,7	—	—	0,8	1,5	5,2	1,8
Alnus	4,3	0,2	3,3	1,5	3,5	—	23,6	8,7	2,8	4,3	—	1*	—	1,1	3,8	—
Ulmus	—	0,3	0,1	0,2	0,3	—	0,3	—	—	—	—	—	—	1,1	—	—
Tilia	0,2	0,3	0,4	0,4	0,7	—	0,3	1,4	—	0,3	—	—	—	—	—	—
Ephedra	2*	1*	13*	6*	7*	1*	1*	1*	—	5*	—	—	—	5*	2*	1*
Ericaceae	—	2*	11*	1*	15*	—	1*	—	—	1*	—	—	—	1*	—	—
Chenopodiaceae	13*	3*	25,4	31,0	38,0	3*	26,3	37,8	64,7	73,8	90,9	72,4	93,7	36,1	47,8	73,8
Caryophyllaceae	2*	—	13,5	7,9	2,4	—	0,8	0,6	—	0,9	—	—	0,8	0,6	0,6	—
Statice	—	—	—	—	—	—	0,4	0,3	—	2,1	—	—	—	—	0,6	—
Artemisia	6*	1*	25,4	13,7	39,1	—	57,1	53,5	31,3	7,9	2,6	24,8	0,8	27,2	33,3	21,4
Compositae	1*	2*	9,5	13,7	6,2	—	6,2	1,2	0,8	4,1	1,1	—	—	5,8	5,8	1,2
Typha, Potamogeton, Sparganium	1*	—	2,4	2,1	0,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8	—
Gramineae	—	4*	—	4,1	1,8	—	3,0	1,8	—	3,5	0,7	—	3,1	—	—	—
Разнотравье	9*	2*	23,8	27,5	11,9	2*	6,2	4,8	3,2	7,7	4,7	2,8	1,6	30,3	11,1	3,6
Sphagnum	1,9	68,0	88,3	27,3	28,7	1*	59,0	70,0	8*	34,9	—	—	4*	8,9	10*	1*
Polypodiaceae	98,1	30,0	10,7	71,3	68,0	23*	41,0	30,0	1*	60,0	2*	1*	17*	90,4	11*	—
Lycopodium	—	—	1,0	1,4	1,2	—	—	—	—	3,1	1*	—	—	0,7	—	—
Selaginella, Azolla	—	2,0	—	—	1,2	—	—	—	—	2,0	—	—	—	—	—	—

Примечание. Кроме приведенных в этой таблице форм, нами определены следующие: Marsilea, Pinus subgen., Haploxylon, Alisma, Butomus. Cyperaceae, Araceae, Quercus, Polygonum, Leguminosae, Geranium, Nitraria, Euphorbiaceae, Acer тип, Malvaceae, Umbelliferae, Convovulaceae, Labiatae, Echinops; они обнаружены единично и не во всех образцах.

* Абсолютное число подсчитанных микроспор.

Две лесные фазы (I и IV) по видовому составу сосны и ели были неодинаковыми: леса I фаза (ранней) состояли из большого разнообразия видов сосен и не менее двух видов елей, а в IV (поздней) они состояли в основном лишь из одного вида сосны (Pinus silvestris) и одного вида ели (Picea sp., из секции Eupicea).

Наличие в составе растительности среднего плейстоцена марево-полынных группировок является спецификой Юго-Востока, и доминирование их в фазу термического оптимума объясняется, по-видимому, тем, что сухой и теплый климат данной фазы способствовал созданию гидрологических

Таблица 2

Состав растительности по фазам в среднеплейстоценовое время на Юго-Востоке

№ фазы	Название	Состав растительности. Климат
V	Фаза марево-полынных группировок и сосновых лесов	Доминирование марево-полынных группировок с участием Statice, Ephedra. Сосновые леса с небольшой примесью ели и лиственных пород (Betula, Corylus) занимали незначительные площади. Климат теплый, сухой (комплексы 15, 16, табл. 1)
IV	Фаза сосново-еловых лесов с марево-полынными группировками	Доминирование сосново-еловых лесов с небольшим участием пихты, лиственных пород (Betula, Corylus, Alnus, Ulmus). Леса состояли лишь из одного вида сосны (Pinus silvestris и одного вида ели (Picea sp. из секции Eupicea). Марево-полынно-разнотравные группировки по сравнению с лесами занимали небольшие площади Вторичное похолодание и увлажнение климата за время среднего плейстоцена (комплексы 13, 14, табл. 1)
II	Фаза марево-полынных группировок	Доминирование марево-полынных группировок с участием эфедры, кермека. Сосновые леса занимали небольшие площади. Ель крайне редка. Климат теплый и сухой. Термический оптимум (комплексы 10—12, табл. 1)
	Фаза сосново-елово-березовых лесов с марево-полынными группировками	Доминирование сосново-еловых лесов с преобладанием в них сосны и небольшим участием пихты, лиственных пород (Betula, Corylus, Alnus, Quercus, Ulmus). Леса беднее по видовому составу сосен по сравнению с лесами первой фазы. Наличие березовых лесов и ольшаников. В северных районах они занимали бо́льшие площади, чем в южных. Роль открытых участков с марево-полынными группировками в ландшафте возрастает. Климат суше и теплее, чем в первую фазу (комплексы 7—9, табл. 1)
	Фаза елово-сосновых и сосново-еловых лесов	Доминирование елово-сосновых и сосново-еловых лесов. Они состояли из большого разнообразия видов сосны и не менее двух видов ели с примесью пихты, широколиственных пород (Ulmus, Corylus, Tilia). Господство ели в составе лесов в начале фазы затем переходит к сосне. Представители семейств вересковых, кочедыжниковых, плауновых и др. были непременными спутниками лесов. Смешанные леса—хвойно-лиственные занимали небольшие площади. Роль открытых безлесных участков с полынно-марево-разнотравными группировками незначительна. Наличие водно-прибрежной растительности (Typha, Sparganium, Potamogeton). Климат влажный, прохладный (комплексы 1—6, табл. 1)

условий, ведущих к засолению почв и грунтовых вод, т. е. условий, неблагоприятных для произрастания широколиственных лесов, которые обычно отмечаются в эту фазу на других изученных территориях ([1], [2], [4],)

Растительность в конце среднего плейстоцена была, в основном, сходна с растительностью в начале верхнего плейстоцена, когда доминирующим типом растительности был травянистый, и именно типа марево-полынных и полынно-маревых группировок. Леса же (в основном сосновые) прини-

мали очень ограниченное участие в составе растительности. Наши материалы не подтверждают мнение В. П. Гричука ([11]) о наличии таежной растительности в верхнеплейстоценовое время на Юго-Востоке Европейской части СССР.

Саратовский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского

Поступило
15 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. П. Гричук, Тр. Инст. геогр. АН СССР, **46**, (1950). [2] Н. Я. Кац, Бюлл. МОИП, отд. биол., № 3, (1955). [3] В. Н. Сукачев и др., ДАН, **94**, № 6 (1954). [4] W. Szafer, Rocz. Polsk. Towar. Geol., **22**, 1 (1953). [5] В. П. Гричук, Тр. Инст. геогр. АН СССР, **50** (1951). [6] В. П. Гричук, Стратиграфия четвертичных отложений и новейшая тектоника Прикаспийской низменности, Изд. АН СССР, 1953. [7] В. П. Гричук, Тр. Инст. геогр. АН СССР, **61** (1954). [8] П. И. Дорофеев, Автореферат кандидатской диссертации, ЛГУ, 1951. [9] П. И. Дорофеев, Бот. журн., **41**, № 6 (1956). [10] П. А. Никитин, Тр. Комисс. по изуч. четвертичн. периода, **3**, в. 1 (1933). [11] В. П. Гричук, Тр. Инст. геогр. АН СССР, **52** (1952).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ГИСТОЛОГИЯ

А. А. КОЛОСОВА

ИНТРАМУРАЛЬНАЯ НЕРВНАЯ СИСТЕМА СЕРДЦА ПРИ ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИНФАРКТАХ

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 30 VI 1957)

Экспериментальному воспроизведению инфаркта миокарда посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных авторов [1-13]). В этих исследованиях при экспериментальных инфарктах сердца у животных изучались или функциональные изменения сердца, или коллатеральное кровообращение и общие гистологические изменения в ишемированном участке и других отделах органа. Работ, посвященных состоянию нервной системы сердца при экспериментальных инфарктах, мы не нашли.

С целью проследить характер и последовательность поражения интрамуральной нервной системы сердца при экспериментальном его инфаркте мы изучили 50 сердец кошек, у которых макроскопически совершенно отчетливо обнаруживался инфаркт сердечной стенки. Нарушение венечного кровообращения вызывалось наложением лигатуры на переднюю ветвь левой венечной артерии. В тех случаях, когда лигатура накладывалась не ниже верхней трети сосуда, мы получали выраженный некроз сердечной стенки с последующим рубцеванием. Инфарцированный участок обычно располагался в передней стенке левого желудочка, часто захватывая верхушку сердца или заходя на его левую боковую поверхность. В нескольких случаях очаги некроза обнаружены и в передне-нижнем отделе межжелудочковой перегородки. В двух случаях инфаркт имел своим исходом аневризму сердца.

Размеры инфарцированного участка в среднем 1,5 × 1,5 см. Животные убивались через 0,5—2,3 час. и через 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 90, 120, 150, 180, 270, 360 суток после операции.

Для гистологического исследования брались задние стенки правого и левого предсердий, межпредсердная и межжелудочковая перегородки, а также инфарцированный участок и пограничные с ним отделы стенки левого желудочка.

Нервные элементы импрегнировались серебром различными модификациями метода Бильшовского, мякотные волокна окрашивались по М. Шульце. Кроме того применялись специальные методики для выявления липоида и жира.

В ганглиозных клетках сердца изменения, типа дистрофических и реактивных, обнаруживаются уже в первые сутки после операции. Эти изменения выражаются в извращенной закрашиваемости и набухании клеточных тел, вакуолизации их протоплазмы, некотором гиперхроматозе ядер, утолщении клеточных отростков с образованием «феномена шаров» и некотором утолщении и гипераргентофилии перицеллюлярных аппаратов. Через 2 суток присоединяются изменения со стороны глии, заключающиеся в пролиферации сателлитов и нерезко выраженной нейронофагии.

В значительной степени выражен также избыточный рост внутриузловых нервных волокон, что приводит к образованию спутанных клубков

из сильно извитых нервных волокон. Тигроидное вещество в большинстве клеток располагается в виде нежной решетки. Начиная со 2 суток после операции в небольшом количестве нервных клеток наблюдается центральный и периферический тигролиз.

Наиболее интенсивны изменения клеточных тел нейронов на 2—5 сутки после операции. Гибели подвергаются лишь очень немногие нейроны, на месте которых возникают резидуальные узелки из разросшихся клеток глии. Наряду с измененными клетками в нервных узлах сохраняется большое количество интактных.

Рис. 1. Реактивные изменения нервных волокон вблизи инфарцированного участка через сутки после перевязки сосудов. Серебрение

Рис. 2. Неврома в рубцовой ткани на месте инфаркта. Серебрение

Реакция нервных волокон на нарушение нормального кровообращения органа обнаруживается как в ишемизированном участке, так и в предсердиях. Первые изменения мякотных волокон обнаруживаются уже через 30 мин. после операции; в дальнейшем они нарастают главным образом в области инфаркта, где на 2—3 сутки происходит глыбчатый и зернистый распад их. В предсердиях большое количество мякотных волокон не изменено, но имеются и патологически измененные.

Безмякотные волокна являются значительно более стойкими. В них, в области предсердий, преобладают явления реактивного роста, наиболее выраженные на 3—5 сутки после операции. В немногих безмякотных волокнах предсердий наблюдается извращенная закрашиваемость, чрезмерная извитость, пролиферация шванновских клеток и вакуолизация осевых цилиндров. Особенно резко реактивный рост выражен в пучках нервных волокон, пограничных с инфарцированным участком (рис. 1). В самом ишемизированном участке безмякотные нервные волокна, особенно тонкие, можно найти даже на 3 сутки после операции, когда имеется уже выраженный некроз сердечней мышцы.

На 10 сутки в молодой соединительной ткани уже видны тончайшие прорастающие сюда нервные волоконца с колбами роста на концах, растущие свободно или в шванновских тяжах. В поздние сроки (2—3 мес.) в рубцовой ткани на месте инфаркта образуются типичные невромы (рис. 2). Наиболее тяжелые патологические изменения обнаружены в концевых аппаратах нейронов, главным образом в рецепторах эндо- и эпикарда предсердий.

Раньше всего патологические изменения обнаруживаются в приводящих волокнах рецепторов.

Отчетливые морфологические изменения терминальных отделов рецепторов обнаруживаются через 5 час. после операции: они становятся более грубыми, аргентофильными, утолщаются.

Через 2—3 суток наблюдается разволокнение и отек конечных веточек, часть их начинает плохо импрегнироваться, как бы тает. В дальнейшем изменения чувствительнных концевых аппаратов нейронов доходят до дегенерации и распада (рис. 3 и 4).

Таким образом реагируют на нарушение кровообращения не все рецепторы предсердий — некоторое количество их остается неизмененным.

Наибольшее количество рецепторов в состоянии дистрофии и дегенерации мы находили в первые 2 месяца после операции.

В более поздние сроки (6—9 мес.) в эндо- и эпикарде обнаружены окончания с чрезвычайно тонкими слабо импрегнирующимися терминалями, возможно новообразованными.

В отделах сердца с ненарушенным кровообращением более стойкими оказались рецепторные окончания миокарда и сосудов.

Изменения этих окончаний заключаются в повышенной аргентофилии и огрубении. Только в очень немногих случаях мы наблюдали распад «лазающих» рецепторов Плечковой на волокнах миокарда.

Таким образом, при экспериментальном инфаркте сердца у кошек, наибольшая массовость и сила поражения интрамуральной нервной системы сердца наблюдается в первые 2 месяца после операции.

Изменения нервной системы сердца выражаются в дистрофии, реже в деструкции, а также в реактивном росте нервных структур.

Самым глубоким повреждениям подвергаются рецепторные аппараты. Более стойкими оказались ганглиозные клетки и волокна, в которых преобладают явления реактивного роста.

Ростовский на Дону государственный
медицинский институт

Поступило
21 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. А. Виноградов, Арх. патол., **1**, 76 (1955). [2] С. А. Виноградов, Бюлл. эксп. биол. и мед., **5**, 27 (1956). [3] Г. Ф. Иванов, Тр. 4 Всесоюзн. съезда зоологов, анатомов, гистологов, Киев, 1931. [4] Г. Ф. Иванов, Вестн. хирург. и погран. областей, **26**, 3 (1932). [5] И. М. Ихтейман, Бюлл. ВИЭМ, **2**, 19 (1934). [6] Б. А. Лапин, Бюлл. эксп. биол. и мед., **8**, 19 (1955). [7] Б. А. Лапин, Тр. Всесоюзн. конфер. патологоанатомов, 1956. [8] А. В. Смолянников, А. К. Апатенко, Тр. Всесоюзн. конфер. патологоанатомов, 1956. [9] З. А. Умидова, Вопросы патологии и клиники сердечно-сосудистой системы, Ташкент, 1938. [10] А. Фохт, О функциональных и анатомических нарушениях сердца при закрытии венечных артерий, М., 1901. [11] L. Gross, L. Blum, G. Silverman, J. Exp. Med., **65**, 1, 91 (1937). [12] H. Karsner, J. Dwyer, J. Med. Res., **34**, 21 (1916). [13] R. Leriche, L. Hesmann, R. Fontaine, C. R. Soc. Biol., **107**, 18, 545 (1931).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ЭКОЛОГИЯ

З. Ф. КЛЮЧКО

О ЛЁТЕ СОВОК (LEPIDOPTERA, NOCTUIDAE) НА РАЗЛИЧНЫЕ ИСТОЧНИКИ СВЕТА

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 25.V 1957)

Метод сбора насекомых на свет давно известен, но до недавнего времени как источники света использовались либо керосиновые лампы, либо электрические лампы накаливания. Лишь в последние десятилетия широкое применение нашли ртутные лампы. Проведены многочисленные опыты также по сравнению привлекающего действия ламп накаливания и ртутных ([1-8]).

Однако в известной нам литературе сравнивается интенсивность лёта нескольких наиболее вредных видов совок или интенсивность лёта на различные источники света всего семейства Noctuidae в целом.

Такие данные, несомненно, представляют большой интерес, однако они не дают возможности судить о специфике лёта на различные источники света многочисленных видов совок, связанных с определенными естественно-историческими условиями.

Изучению интенсивности лёта совок на различные источники света и были посвящены наши исследования, проведенные в июне—сентябре 1956 г. в западных областях Украины (Карпаты и прикарпатские районы).

Западные области Украины по сравнению с остальной ее территорией отличаются большим количеством осадков. Лето 1956 г. было особенно дождливым. Так, в июне среднемесячная сумма осадков была на 44%, в июле — на 40% и в августе на 9,1% больше многолетних среднемесячных показателей. В сентябре же сумма осадков была на 20% ниже соответствующих многолетних данных.

Для сбора и учета насекомых применялись светоловушки системы Сахарова с лампами двух типов: 1) лампа накаливания мощностью 300 вт; 2) ртутно-кварцевая лампа ПРК-4. Лампы помещались на высоте 1,5 м.

I серия сборов проведена на стационаре в предгорьях Карпат (с. Нижне-Синевидное, Сколевского района, Дрогобычской обл.). Светоловушки были установлены на расстоянии 4 м друг от друга, расстояние между ними и их взаимное расположение не изменялись на протяжении всего периода наблюдений. На этом стационаре проводились сборы в течение 31 ночи (3 ночи в июне, 10 — в июле, 10—в августе, 8 — в сентябре).

Результаты сборов сведены в табл. 1. В таблицу не внесены 75 (67,6%) видов совок, представленных единичными экземплярами. Эта группа составляет 4,9% от общего числа совок, собранных в течение указанного периода.

II серия сборов проведена на протяжении 25 ночей во Львовской, Дрогобычской, Станиславской, Закарпатской и Черновицкой обл. (всего в 18 пунктах). Совки были собраны в различных биотопах (посевы сельскохозяйственных культур, сады, луга, субальпийские луга, леса). В каждом отдельном случае светоловушки устанавливались в возможно более сходных условиях на расстоянии 100 м друг от друга.

Результаты сборов представлены в табл. 2. В таблицу не включены 76 (69,1%) видов совок, собранных в незначительном количестве экземпляров (9,6% от общего числа совок за 25 ночей).

Единичными экземплярами в наших сборах представлен 101 вид совок. Из них только на ртутно-кварцевую лампу собраны следующие 49 видов: Diphthera coenobita Esp., Acronicta tridens Schiff., A. psi L., A. auricoma Schiff., Craniophora ligustri Schiff., Arsilonche albovenosa Goeze., Triphaena

Таблица 1

Количественное соотношение совок, собранных на стационаре

№№ п/п	Виды	Лампа накаливания (300 вт)		ПРК-4	
		число	встречаемость*	число	встречаемость*
1	Episema coeruleocephala L.	8	2	10	2
2	Acronicta rumicis L.	3	3	26	7
3	Triphaena pronuba L.	—	—	10	5
4	Graphiphora c-nigrum L.	318	21	1979	22
5	G. baja F.	1	1	19	9
6	G. triangulum Hüfn.	1	1	14	5
7	G. ditrapezium Schiff.	32	9	56	11
8	Aplecta prasina Schiff.	3	2	12	6
9	Axylia putris L.	5	4	38	7
10	Diarsia rubi View.	11	5	32	10
11	Ochropleura plecta L.	45	15	386	23
12	O. praecox L.	—	—	10	4
13	Agrotis exclamationis L.	1	1	30	6
14	Tholera popularis F.	11	7	80	8
15	Barathra brassicae L.	—	—	10	8
16	Mamestra oleracea L.	1	1	9	8
17	M. suasa Schiff.	11	7	32	11
18	Apamea testacea Hb.	14	7	30	8
19	Hadena sordida Bkh.	1	1	25	2
20	H. monoglypha Hufn.	2	2	17	13
21	H. lateritia Hufn.	—	—	13	5
22	H. secalis L.	2	2	11	7
23	Chloantha polyodon Cl.	—	—	15	5
24	Trachea atriplicis L.	3	2	29	12
25	Hydraecia paludis Tutt.	8	5	55	13
26	H. micacea Esp.	10	7	31	9
27	Leucania pallens L.	1	1	28	11
28	L. turca L.	4	2	22	6
29	Mesogona oxalina Hb.	10	5	39	9
30	Erastria pusilla View.	8	6	9	5
31	Rivula sericealis Sc.	96	13	91	13
32	Abrostola triplasia L.	4	3	14	9
33	Plusia chrysitis L.	21	9	189	17
34	P. gutta Gn.	—	—	16	9
35	P. pulchrina Hw.	—	—	16	9
36	P. gamma L.	—	—	20	16

* Здесь и в табл. 2 в графе «встречаемость» приведено число ночей, в которые был пойман соответствующий вид.

sobrina Bd., T. comes F., T. orbona Hüfn., T. punicea Hb., T. polygona Schiff., Graphiphora rhomboidea Esp., Licophotia porphyrea Schiff., Peridroma margaritosa Haw., Euxoa tritici L., Mamestra nebulosa Hufn., M. splendens Hb., M. contiqua Vill., M. reticulata Vill., Dianthoecia nana Rott., Hadena lithoxylea F., H. rurea F., Dipterygia scabriuscula L., Callopistria purpureofasciata Piller, Hydraecia nictitans Bkh., Nonagria sparganii Esp., N. typhae Thnbg., Grammesia trigrammica Hufn., Athetis blanda

Schiff. (=taraxaci Hbn.), Ath. pulmonaris Esp., Ath. clavipalpis Scop. (=quadripunctata F.), Amphipyra tragopoginis L., Calymnia affinis L., C. trapezina L., Dyschorista suspecta Hb., D. fissipuncta Hw., Cirrhia lutea Ström., C. fulvago L., Scopelosoma satellitia L., Anarta myrtilli L., Abrostola tripartita Hufn., Plusia chryson Esp., P. bractea F., P. jota L., Aedia funesta Esp., Catocala fraxini L., Toxocampa craccae F., Zanclognatha tarsiplumalis Hb., Madopa salicalis Schiff.

Таблица 2

Количественное соотношение совок, собранных в разных пунктах исследованного района

№№ п/п	Виды	Лампа накаливания (300 вт)		ПРК-4	
		число	встречаемость	число	встречаемость
1	Acronicta rumicis L.	2	2	24	7
2	Triphaena pronuba L.	—	—	13	7
3	Graphiphora c-nigrum L.	181	17	850	23
4	G. baja F.	1	1	8	3
5	Axylia putris L.	19	4	48	8
6	Diarsia rubi View.	7	2	17	6
7	Ochropleura plecta L.	22	9	178	15
8	Agrotis exclamationis L.	15	4	60	14
9	A. segetum Schiff.	3	1	39	4
10	Tholera popularis F.	29	2	97	2
11	Barathra brassicae L.	3	3	31	10
12	Scotogramma trifolii Rott.	3	1	11	4
13	Mamestra oleracea L.	2	2	12	7
14	M. suasa Schiff.	6	5	30	13
15	Apamea testacea Hb.	13	6	10	4
16	Hadena sordida Bkh.	13	6	54	5
17	H. monoglypha Hufn.	—	—	7	5
18	H. secalis L.	—	—	9	3
19	Chloantha polyodon Cl.	1	1	12	2
20	Trachea atriplicis L.	6	4	16	9
21	Hydraecia paludis Tutt.	8	3	11	5
22	Leucania pallens L.	16	7	66	15
23	L. L-album L.	2	1	10	4
24	L. albipuncta F.	3	3	13	9
25	L. turca L.	7	5	75	7
26	Athetis ambiqua Schiff.	2	1	32	6
27	Erastria pusilla View.	61	13	58	13
28	Rivula sericealis Sc.	71	14	183	17
29	Telesilla amethystina Hb.	4	1	19	5
30	Abrostola triplasia L.	1	1	5	4
31	Plusia chrysitis L.	16	10	120	17
32	P. festucae L.	—	—	14	4
33	P. gamma L.	2	2	20	6
34	Hylophila prasinana L.	2	2	16	5

Только на лампу накаливания собраны единичные бабочки 7 видов совок: Dianthoecia luteago Hb., Celaena matura Hufn., Arenostola fluxa Hb. (=hellmanni Ev.), Hydrilla gluteosa Tr., H. lepigone Möschl., Calophasia lunula Hufn., Catocala fulminea Scop.

45 видов совок летело в незначительном количестве и на лампу накаливания, и на ртутно-кварцевую лампу: Calocasia coryli L., Subacronicta megacephala Schiff., Acronicta strigosa Schiff., Triphaena augur F., Licophotia signa F., Diarsia brunnea Schiff., D. festiva Schiff., Agrotis ypsilon Rott., A. corticea Schiff., Euxoa birivia Schiff., Charaeas graminis L., Tholera cespitis F., Mamestra advena F., M. tincta Brahm., M. persicariae L., M. genistae Bkh., M. thalassina Rott., M. pisi L., M. dentina Esp. (=nana Hufn.),

Dianthoecia capsincola Hb., D. cucubali Fuessl., Miana strigilis Cl., Hadena porphyrea Esp., H. basilinea F., Meganephria oxyacanthae L., Euplexia lucipara L., Leucania impura Hb., L. comma L., L. lythargyria Esp., Mithymna imbecilla F., Athetis alsines Brahm., Ath. morpheus Hufn., Rusina umbratica Goeze., Amphipyra livida F., Calymnia pyralina View., Plastenis retusa L., P. subtusa F., Cucullia umbratica L., Melicleptria scutosa Schiff., Pyrrhia umbra Hufn., Erastria fasciana L., Emmelia trabealis Scop., Scoliopteryx libatrix L., Telesilla virgo Tr., Toxocampa viciae Hb.

Приведенные данные показывают, что уловы совок на ртутно-кварцевую лампу значительно богаче, чем на 300-ваттную лампу накаливания. На светоловушку с ртутной лампой собрано в 5 раз больше совок по количеству экземпляров, а также больше видов (на 37%).

Однако необходимо отметить, что некоторые виды совок примерно в равном количестве летят на оба источника света (Episema coeruleocephala L., Erastria pusilla View.).

Наши наблюдения показали, что интенсивность лёта совок на различные источники света в значительной мере зависит от условий погоды. Так, в ночь с 4 на 5 IX на стационаре отмечены: полная облачность, густой туман, относительная влажность 96—98%. Светоловушки находились на расстоянии 4 м друг от друга. В эту ночь наблюдался более сильный лёт совок на лампу накаливания, чем на ртутно-кварцевую. Так, на лампу накаливания в эту ночь было собрано больше, чем на ртутно-кварцевую лампу: Graphiphora c-nigrum L. в 3 раза (2460 против 817 экз.); Ochropleura plecta L. в 4 раза (92—24 экз.); Ruvula sericealis Sc. в 5 раз (38—8 экз.) и Plusia chrysitis L. в 1,6 раза (29—18 экз.). Виды Tholera popularis F., Leucania pallens L., Mesogona oxalina Hb., Plusia gamma L., обычно более интенсивно летевшие на ПРК-4, в эту ночь собраны на оба источника света в приблизительно равных количествах.

Такое резкое отклонение от наблюдавшихся закономерностей, по нашему мнению, можно объяснить тем, что туман почти полностью рассеивал ультрафиолетовые лучи ПРК-4, и совки в сущности летели только на видимый свет, более интенсивный у 300-ваттной лампы накаливания.

В результате анализа собранных материалов можно сделать следующие выводы:

1. В условиях западных областей Украины отмечена бóльшая интенсивность лёта совок на ртутно-кварцевую лампу по сравнению с 300-ваттной лампой накаливания. По численности уловы на ПРК-4 в 5 раз больше. Сборы совок на ртутно-кварцевую лампу богаче и по видовому составу. При параллельной работе обеих ламп только на ПРК-4 летели 54 вида совок (37%).

2. Некоторые виды совок (Episema coeruleocephala L., Erastria pusilla View.) летели приблизительно в равном количестве на оба источника света.

3. Интенсивность лёта совок на ПРК-4 и лампу накаливания в значительной мере зависит от особенностей погоды. Так, в условиях густого тумана отмечен больший лёт совок на 300-ваттную лампу накаливания.

Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко

Поступило
22 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. А. Мазохин-Поршняков, Зоол. журн., **35**, 2, 238 1956). [2] Г. А. Мазохин-Поршняков, Энтомол. обозр., **35** 4, 752 (1956). [3] H. Amanschauser, Zs. Wiener entom., Ges. **67**, 1, 3 (1956). [4] S. W. Erost J. Econ. Entomol., **46**, 2 (1953). [5] S. W. Frost, J. Econ. Entomol., **47**, 2, 275 (1954). [6] S. W. Frost, Econ. Entom., **48**, 2, 155 (1955). [7] P. A. Glick, J. P. Hollingsworth, J. Econ. Entom., **48**, 2, 173 (1955). [8] M. E. Merkl, T. R. Pfrimmer, J. Econ. Entom., **48**, 6, 740 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МИКРОБИОЛОГИЯ

Г. Ф. ГАУЗЕ, Г. В. КОЧЕТКОВА и Г. Б. ВЛАДИМИРОВА

О БИОХИМИЧЕСКИХ МУТАНТАХ У ДРОЖЖЕВЫХ КЛЕТОК С ПОВРЕЖДЕННЫМ ОКИСЛЕНИЕМ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 2 IX 1957)

С тех пор как Варбург (1) показал, что наследственное повреждение дыхательного аппарата является характерной особенностью обмена веществ раковых клеток, изучение аналогичных изменений в клетках микроорганизмов представляет большой теоретический и практический интерес. Изучение метаболизма злокачественно измененных клеток человека и животных показало, что наследственное повреждение дыхания у различных типов раковых клеток может сопровождаться как наследственным усилением, так и ослаблением аэробного гликолиза (2).

Для получения биохимических мутантов дрожжевых клеток с поврежденным окислением мы подвергли исходную культуру дрожжей воздействию различных химических веществ и лучистой энергии. Работа производилась со складчатой формой дрожжей Saccharomyces cerevisiae, Ростовская раса, штамм АН-2, полученной из Института микробиологии АН СССР.

Прежде всего мы воздействовали на дрожжей трипафлавином (3,6-диамино-10-метилакридинхлорид), который, по данным Эфрусси и его сотрудников (3), вызывает появление мутаций с дефектом цитохромной системы, вследствие которого дыхание дрожжей резко падает, а аэробный гликолиз увеличивается. Эти изменения стойко передаются по наследству. Культивируя дрожжи в разведенном пивном сусле 5° по Баллингу, содержащем трипафлавин в концентрации от 1 до 10 мг на 100 мл в течение трех суток при 26° и высевая их в дальнейшем на чашки Петри с сусло-агаром, мы наблюдали появление многочисленных мелких колоний мутантов, резко отличающихся от крупных складчатых колоний родительского штамма. Отдельные колонии мутантов изолировались, несколько раз пересевались и проверялись на чистоту. Те из них, которые оказались устойчивыми при пересевах и не отщепляли крупных колоний родительского штамма, были использованы в дальнейших опытах. Дыхание и аэробный гликолиз дрожжей измерялись в аппарате Варбурга по обычной методике. Дрожжи предварительно культивировались в колбах с жидким суслом в течение двух суток при 28°, промывались на центрифуге $M/15$ фосфатным буфером при pH 4,5 и суспендировались в буфере таким образом, чтобы сухой вес дрожжей составлял около 0,3%. Буфер для изучения дыхания содержал 0,5% глюкозы, а буфер для аэробного брожения 4% глюкозы.

Как видно из табл. 1, у шести изученных нами мутантов Saccharomyces cerevisiae, которые были получены под воздействием трипафлавина, наблюдается резкое наследственное ослабление окислительных процессов: Q_{O_2} уменьшается у отдельных мутантов в 10—200 раз. При этом у некоторых мутантов ослабление дыхания сопровождается значительным усилением аэробного гликолиза (№№ 7, 22, 25), у других мутантов аэробный гликолиз

возрастает очень незначительно (№№ 11, 26) и, наконец, у одного из мутантов аэробный гликолиз оказался ослабленным по сравнению с нормой (№ 33).

Далее, мы воздействовали на дрожжей камфорой, поскольку Баух [4] ранее наблюдал, что это вещество обладает для дрожжей сильным мутагенным действием. Мы прибавляли камфору в количестве 25 мг к 10 мл агаризированного сусла и разливали эту среду тонким слоем в широкие стеклянные бюксы с плотно пришлифованными пробками для предупреждения испарения камфоры в процессе опыта. На поверхность агаризованных пластинок высевалась густая суспензия дрожжей исходного штамма. Обычно через 5—7 дней инкубации при 28° на поверхности агара вырастали отдельные колонии дрожжей, среди которых было значительное количество мутантных форм с мелкими колониями. После неоднократных рассевов и проверки на чистоту нами было детально изучено четыре мутантных штамма, полученные под воздействием камфоры, которые оказались устойчивыми и при длительном культивировании не отщепляли исходных родительских форм с крупными колониями. Как показывают данные табл. 1, у всех этих мутантов окисление было резко подавлено. У трех из них аэробный гликолиз незначительно повышен по сравнению с контролем, и лишь у одного мутанта наблюдалось значительное усиление аэробного гликолиза.

Таблица 1

Дыхание и аэробный гликолиз у биохимических мутантов Saccharomyces cerevisiae с поврежденным окислением

Культура	Дыхание		Аэробный гликолиз	
	число опытов	$Q^*_{O_2}$	число опытов	$Q^*_{CO_2}$
Контроль (исходная)	19	41,8	24	326,0
Трипафлавин 7	4	4,2	6	427,0
Трипафлавин 11	4	5,1	4	388,0
Трипафлавин 22	4	0,2	6	414,0
Трипафлавин 25	4	0,2	4	411,7
Трипафлавин 33	4	6,0	4	282,0
Трипафлавин 26	4	5,2	4	360,5
Камфора 27	4	4,2	2	339,3
Камфора 4	4	3,5	2	386,0
Камфора 23	4	10,5	4	353,0
Камфора 2	4	10,0	4	410,0
Ультрафиолет 10	8	2,9	8	321,0

* Q_{O_2} — количество кислорода (в мм³), оглощенное за 1 час, а Q_{CO_2} — количество углекислоты (в мм³), выделенное за 1 час, на 1 мг сухого веса дрожжей.

Наконец, исходная культура дрожжей высевалась нами на агаризированное сусло в чашках Петри и подвергалась воздействию ультрафиолетовых лучей в дозировках, убивающих свыше 99% дрожжевых клеток. Среди колоний, выросших из клеток, переживших облучение, наблюдалось значительное количество мутантных форм. Один из мутантов, изученных более подробно (№ 10), отличался от исходной формы резко подавленным окислением и неизменной величиной аэробного гликолиза (см. табл. 1).

Подводя итоги, можно сказать, что под воздействием трипафлавина, камфоры и ультрафиолетового света у дрожжевых клеток появляются биохимические мутанты с поврежденным окислением, причем это повреждение окислительного аппарата стойко передается по наследству и сохраняется при пересевах в течение многих месяцев. Что касается изменений аэробного гликолиза, сопутствующих повреждению дыхания клеток, то здесь наблюдается пестрая картина: у некоторых мутантов гликолиз возрастает, у других сохраняется неизменным и, наконец, у некоторых он понижается по сравнению с исходной величиной.

Для быстрого обнаружения биохимических мутантов дрожжей с поврежденным окислением весьма заманчиво разработать метод специфической окраски колоний, который позволил бы отличать мутантные колонии по цвету от окружающих их колоний нормальных форм. Испробовав различные методы, мы получили наилучшие результаты с лейкобазой метилено-

вой синьки*. С этой целью обычная метиленовая синька сперва восстанавливается гипосульфитом в бесцветную лейкобазу. Роскин ([5]) наблюдал, что нормальные клетки человека быстро окисляют такую бесцветную лейкобазу и окрашиваются при этом в темно-голубой цвет, тогда как раковые клетки, вследствие характерного для них дефекта окисления в тех же самых условиях опыта остаются бесцветными.

Как оказалось, этот принцип может быть с успехом использован для диагностики биохимических мутантов у дрожжевых клеток с поврежденным окислением, если прибавить лейкобазу метиленовой синьки к агаризованному суслу в чашках Петри. Мы брали 800 мг гипосульфита, прибавляли к нему 10 мл 0,1% водного раствора метиленовой синьки и 4 капли соляной кислоты (предварительно в 3 раза разведенной дистиллированной водой). При взбалтывании синька обесцвечивалась и выпавший серо-молочный осадок отфильтровывался. Бесцветный раствор лейкобазы фильтровался через фильтр Зейтца, прибавлялся к теплому агаризованному суслу (pH 6,0) в количестве $^1/_{10}$ или $^1/_{20}$ и разливался по чашкам Петри. Если посеять на указанную среду исходные нормальные клетки дрожжей и биохимические мутанты с поврежденным окислением, то уже через 5—6 дней культивирования в темноте при 28° различия между ними видны очень отчетливо (см. рис. 1). Просматривая чашки Петри снизу, со стороны питательного агара, можно видеть, что колонии нормальных дрожжей окрашиваются в темно-голубой цвет, с небольшим светлым ободком по краям колонии. Однако колонии мутантов совсем не окрашиваются и остаются бесцветными. Вследствие дефекта окисления они не в состоянии окислить бесцветную лейкобазу в метиленовую синьку, в то время как нормальные клетки дрожжей легко производят такое окисление. Различия в окраске между колониями нормальных клеток дрожжей и биохимическими мутантами с поврежденным окислением вполне соответствуют тем различиям, которые наблюдались ранее между нормальными клетками и клетками злокачественных опухолей.

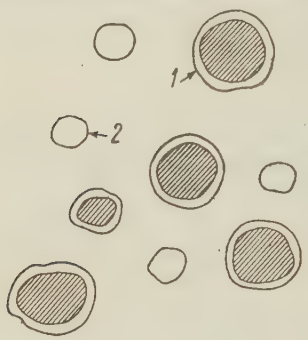


Рис. 1. Окисление лейкобазы метиленовой синьки нормальными дрожжевыми клетками (*1*) и биохимическими мутантами с поврежденным окислением (*2*) в смешанной культуре

В дальнейших опытах для дифференцировки нормальных клеток и биохимических мутантов мы использовали тетразол (2,3,5-трифенил-тетразолхлорид фирмы Поль Люис), который прибавляли к питательному агару в концентрации 0,005%. При этом наблюдалась биологическая редукция бесцветного тетразола в ярко-окрашенный нерастворимый формазан, и колонии дрожжей окрашивались в розовато-красный цвет. Резких различий в окраске нормальных дрожжей и биохимических мутантов с поврежденным окислением мы не обнаружили, однако последние окрашивались менее интенсивно.

Полученные нами биохимические мутанты дрожжевых клеток с поврежденным окислением представляют большой интерес. Они отличаются от исходных нормальных и дрожжевых клеток по тем же показателям обмена веществ, которые отличают раковые клетки от нормальных клеток организма. Они неспособны окислять бесцветную лейкобазу метиленовой синьки так же, как и раковые клетки. Наконец, у различных биохимических мутантов дрожжей дефект окисления может сочетаться с усилением, ослаблением и неизменным аэробным гликолизом, как это иногда наблюдается у различных штаммов раковых клеток человека и животных. Биохимические мутанты дрожжевых клеток с поврежденным окислением могут

* Автор выражает благодарность проф. М. А. Пешкову за рекомендацию этого метода

рассматриваться как аналоги злокачественно измененных клеток или, иными словами, как эквиваленты раковых клеток в микробиологии. Эти биохимические мутанты были использованы нами в качестве тест-объектов при изысканиях противораковых антибиотиков.

Институт по изысканию новых антибиотиков
Академии медицинских наук СССР

Поступило
2 IX 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] O. Warburg, Über den Stoffwechsel der Tumoren, Berlin, 1926; O. Warburg, Experientia, **13**, 125 (1957). [2] O. Warburg, Science, **124**, 269 (1956); J. Leslie, W. Fulton, R. Sinclair, Nature, **178**, 1179 (1956). [3] B. Ephrussi, H. Hottinguer, A. Chimenes, Ann. Inst. Pasteur, **76**, 351 (1949); P. Slonimski, Ann. Inst. Pasteur, **76**, 510 (1949). [4] R. Bauch, Naturwiss., **29**, 503 (1941); A. Thaysen, M. Moris, Nature, **152**, 526 (1943); P. T. Thomas, Nature, **152**, 738 (1945). [5] Г. И. Роскин, Микроскопическая техника, М., 1951.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

МИКРОБИОЛОГИЯ

М. Н. МЕЙСЕЛЬ, Н. А. ПОМОЩНИКОВА и Т. С. СОКОЛОВА

ВЛИЯНИЕ БЛОКИРОВАНИЯ ВНУТРИКЛЕТОЧНЫХ СТРУКТУР НА РАДИОУСТОЙЧИВОСТЬ КЛЕТОК

(Представлено академиком В. Н. Шапошниковым 15 VII 1957)

В клетке, как и в сложном организме, имеются более чувствительные и более устойчивые к действию ионизирующих излучений структуры и связанные с ними функции. В настоящее время вряд ли можно сомневаться, что особенно чувствительные к радиации клеточные структуры находятся как в ядре, так и в протоплазме клетки. Из протоплазменных структур особое внимание в этом отношении привлекают к себе митохондрии — основные энергетические центры клетки, участвующие через промежуточные звенья в ключевых процессах обмена веществ. В митохондриях энергия не только генерируется, но и связывается в результате окислительного фосфорилирования в доступные для использования макроэргические соединения.

За последние годы установлено, что процесс окислительного фосфорилирования в некоторых тканях и органах облученных животных заметно угнетается ([1,2]). То же происходит и в клетках микроорганизмов ([3]). При этом интенсивность поглощения кислорода клетками и тканями либо совсем не нарушается, либо изменяется незначительно. Ряд других процессов, регулируемых ферментными системами, расположенными на митохондриях, также подвергается изменениям под влиянием облучения. К их числу относятся процессы, связанные с превращениями пировиноградной кислоты и с циклом жирных кислот.

Для активности митохондрий особое значение имеет их поверхность: на ней разыгрываются весьма важные в функциональном отношении процессы элективной адсорбции веществ, подвергающихся затем окислению и восстановлению. Прижизненное блокирование этих поверхностей посторонними веществами должно приводить к изменению скорости и характера процессов, осуществляемых митохондриями. В 1950 г. нами совместно с Г. М. Шавловским ([4]) было проведено такое блокирование митохондрий в клетках дрожжевых организмов флуоресцирующим алкалоидом берберином и показана возможность использования такого приема для изучения физиологического значения внутриклеточных структур.

Нам представлялось существенным изучить влияние блокирования митохондрий берберином на устойчивость к облучению клеток и их отдельных физиологических свойств. С этой целью мы флуорохромировали дрожжевые клетки Saccharomycodes ludwigii в водном растворе берберин-сульфата (1 : 10 000) в течение 1—2 час. Затем клетки отделялись от суспендирующей жидкости и отмывались от избытка берберина. При исследовании в люминесцентный микроскоп митохондрии представлялись ярко светящимися светло-желтым, протоплазма и ядра или совсем не светились, или имели весьма слабое диффузное свечение. Суспензии таких прижизненно флуорохромированных клеток подвергались облучению на гамма-установке с радиоактивным кобальтом (мощность дозы 4800 г/мин). Облученные и параллельно с ними контрольные суспензии исследовались на выживаемость кле-

ток (путем рассева на агаризованную питательную среду), определялась интенсивность поглощения O_2 (в аппарате Варбурга) и скорость включения меченого фосфата P^{32} в органические соединения клетки. Полученные нами данные представлены графически на рис. 1. Обработка дрожжевых клеток берберином сама по себе приводит к снижению выживаемости примерно на 40% и соответственно угнетает дыхание и фосфорилирование. Тем не менее клетки, блокированные берберином (если расчет производить на количество остающихся жизнеспособными), являются более устойчивыми к

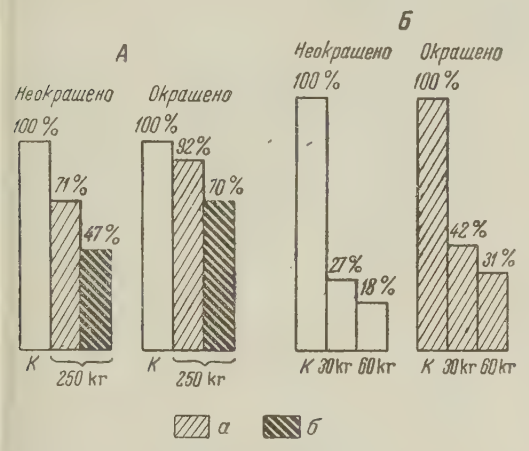


Рис. 1

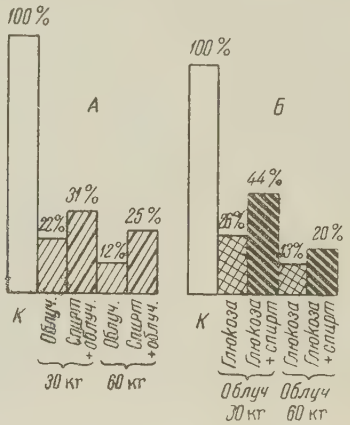


Рис.2

Рис. 1. Влияние блокирования («окрашивания») митохондрий берберином: *А* — на дыхание (*а*) и фосфорилирование (*б*) и *Б* — на выживаемость облученных клеток Saccaromycodes ludwigii (в процентах к необлученному контролю — *К*)

Рис. 2. Влияние этилового спирта и глюкозы на выживаемость клеток Sacch. ludwigii после облучения (дозы 30 и 60 кг). Выживаемость контрольных, необлученных клеток принять за 100%

действию облучения по сравнению с такими же, но не обработанными берберином (рис. 1*Б*). Эта повышенная устойчивость сказалась не только на выживаемости, но и на чувствительности к облучению процессов дыхания и фосфорилирования (рис. 1 *А*).

В прежних исследованиях одного из нас ([5],[6]) было показано, что этиловый спирт и этиловый эфир конкурируют с красителем зеленый янус (элективно накапливающимся на митохондриях), вытесняя его с поверхности митохондрий. Оба эти вещества способны, следовательно, накапливаться в митохондриях и тем самым блокировать их. Наши опыты показали, что и берберин, подобно зеленому янусу, вытесняется спиртом с поверхности митохондрий. Естественно было поэтому испытать защитное действие этилового спирта, тем более, что в опытах Холлендера и Стэплтона ([7],[8]) спирт оказывал благоприятное действие на выживаемость облученных бактерий Escherichia coli. Мы ставили наши опыты следующим образом. Дрожжевые клетки Sacch. ludwigii суспендировались в 4% водном растворе этилового спирта в течение 30—40 минут и затем подвергались облучению. Выдерживание клеток в этиловом спирте такой концентрации не сказывалось сколько-нибудь существенно ни на их выживаемости, ни на интенсивности дыхания. Однако устойчивость к облучению заметно повышалась у клеток, предварительно обработанных спиртом, причем тем отчетливее, чем больше доза облучения (рис. 2 *А*). Можно было предположить, как и сделали Холлендер и Стэплтон, что защитное действие спирта зависит от его легкой окисляемости, приводящей к снижению окислительного напряжения внутри клетки. Для того чтобы это проверить, мы выдерживали клетки в 4%-м растворе спирта на 1%-й глюкозе. Как явствует из рис. 2 *Б*, наличие такого хорошо окисляемого дрожжами субстрата, как

глюкоза, не влияет на их радиоустойчивость. Спирт же и на фоне глюкозы продолжает оказывать отчетливое защитное действие. Следовательно, это защитное действие скорее связано с блокированием митохондрий, чем с изменением окислительного режима клетки. В пользу этого положения говорят и наши опыты с блокированием клеток этиловым эфиром, который, так же как и спирт, вытесняет с поверхности митохондрий вещества, способные на них накапливаться. Мы насыщали воду эфиром, прибавляя его в количестве 3% и 5%. Дрожжи выдерживались в такой воде в течение 30—40 мин. и затем в ней же подвергались облучению.

Клетки, обработанные эфиром (3%), оказались значительно более устойчивыми к облучению по сравнению с контрольными необработанными (рис. 3).

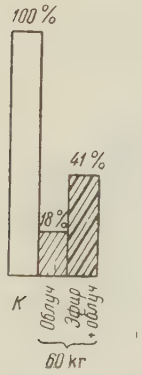


Рис. 3

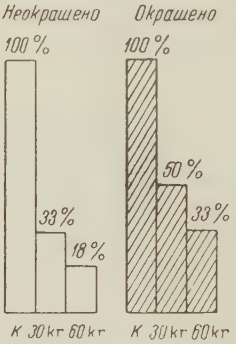


Рис. 4

Рис. 3. Влияние этилового эфира на выживаемость клеток Sacch. ludwigii после облучения (доза 30 kr)

Рис. 4 Влияние блокирования («окрашивания») ядер тиофлавином на выживаемость клеток Sacch. ludwigii

Крайне заманчивой представлялась попытка блокирования клеточного ядра. К сожалению, в настоящее время неизвестны вещества, которые избирательно связывались бы с ядрами, не затрагивая протоплазменных структур. Только некоторые флуоресцирующие красители обладают способностью накапливаться преимущественно в ядрах клеток. К числу их относится тиофлавин S. Этот флуорохром, будучи применен в очень сильных разведениях (1 : 100 000) концентрируется главным образом в ядрах клеток и в значительно меньшей степени в протоплазме, связываясь, очевидно, с микросомами. В опытах с тиофлавином дрожжевые клетки флуорохромировались в течение часа, затем отделялись от красителя, промывались и подвергались облучению так же, как и в опытах с берберином. Уже сама обработка необлученных клеток тиофлавином S приводит к инактивации примерно 60% клеток. Однако малоповрежденные тиофлавином клетки, способные после флуорохромирования размножаться, оказались заметно более устойчивыми к облучению, чем контрольные, не обработанные этим красителем (рис. 4). Очевидно, небольшая аккумуляция красителя в клеточных ядрах, не приводящая к необратимому повреждению ядерных нуклеопротеидов, способствует повышению их радиоустойчивости.

Мы исследовали также влияние на радиорезистентность дрожжевых клеток блокирования вакуолярного аппарата красителем нейтральный красный (1 : 40 000). Этот краситель накапливается в вакуолях клеток, вызывая осаждение волютина в виде окрашенных гранул. Облучение клеток с прижизненно окрашенными вакуолями показало, что такое блокирование вакуолярного аппарата не влияет на общую клеточную устойчивость по отношению к ионизирующим излучениям.

Полученные нами экспериментальные данные позволяют сделать следующие выводы:

1. Вещества, энергично накапливающиеся на митохондриях клеток (берберин, этиловый спирт, эфир), отчетливо повышают их радиоустойчивость и снижают повреждающее действие ионизирующих излучений на клеточное дыхание и окислительное фосфорилирование. Механизм действия этих веществ скорее всего связан с изменением физико-химических свойств поверхности митохондрий.

2. Прижизненное блокирование ядер также приводит к повышению радиоустойчивости клеток.

3. Блокирование вакуолей нейтральным красным не оказывает влияния на радиорезистентность клеток.

4. Метод прижизненного блокирования определенных клеточных структур представляется перспективным для исследования нормальной и патологической физиологии клетки.

Институт микробиологии
Академии наук СССР

Поступило
15 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] D. W. van Bekkum, H. J. Jongepier, H. T. M. Nieuwerkerk, J. A. Cohen, Trans. Farad. Soc., **49**, 329 (1953). [2] D. W. van Bekkum, Giba Foundation Sympos. on Jonizing Radiation and Cell Metabolism, Churchill Ltd, London, 1956. [3] М. Н. Мейсель, Сборн. Действие облучения на организм, Докл. Советск. делегац. на международн. конф. по мирн. использ. атомной энергии в Женеве, Изд. АН СССР, 1955. [4] М. Н. Мейсель, Н. А. Помощникова, Ю. М. Шавловский, ДАН, 70, 1065 (1950). [5] М. Н. Мейсель, Бюлл. экспер. биол. и мед., **6**, 295 (1938). [6] М. Н. Мейсель, Функциональная морфология дрожжевых организмов, Изд. АН СССР, 1950. [7] A. Hollaender, G. E. Stapleton, Physiol. Rev., **33**, 77 (1953). [8] G. E. Stapleton, D. Billen A. Hollaender, J. Bact., **63**, 805 (1952).

0 Заказ 2094

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Н. С. ПЕТИНОВ и А. Н. ПАВЛОВ

О РОЛИ ОТДЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ В НАЛИВЕ ЗЕРНА ПШЕНИЦЫ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 17 VI 1957)

Качество зерна пшеницы — хлебопекарные свойства и пищевое достоинство,— как известно, определяется в основном содержанием в нем белка. Белковистость зерна зависит от соотношения поступающих в зерно азотистых веществ и углеводов. Это соотношение не остается постоянным, оно может сдвигаться под влиянием условий выращивания. Основными факторами, влияющими на белковистость зерна, являются условия азотного питания и водного режима.

Улучшение снабжения растения азотом приводит к повышению белковистости зерна. При повышенной влажности почвы содержание белка в зерне снижается, так как при этом растение получает на единицу сухого веса относительно меньше азота, чем при низкой влажности (1). Таким образом, белковистость зерна, по Прянишникову (1), зависит от обеспеченности растения азотом. Вместе с тем, на белковистость зерна пшеницы влияет и физиологическое состояние растения. По мере старения листьев соотношение поступающих из них в зерно азотистых веществ и углеводов смещается в сторону азота (2, 3).

В настоящей работе приводятся некоторые данные по соотношению азотистых веществ и углеводов, поступающих в зерно из различных органов, и в отношении роли отдельных органов в наливе зерна.

Опыты проводились в 1954 г. в засушливых условиях Саратовской обл., на орошаемых участках Энгельсской опытно-мелиоративной станции, с твердой яровой пшеницей Черноколосой остистой и в 1956 г.— в условиях Москвы на полевом опытном участке на Ленинских горах с мягкой яровой пшеницей Московкой.

Для выяснения роли колосковых чешуй и листьев в наливе зерна было проведено два опыта по схеме: I. Контроль. II. Удалены листья. III. Удалены листья и затемнены колосья. IV. Затемнены колосья.

Опыты ставились в фазе начала формирования зерна. Для затемнения колосьев в опыте 1956 г. были применены колпаки из 2 слоев бумаги: внутреннего черного и внешнего белого. В вариантах с незатемненными колосьями применялись колпаки, где оба слоя были из белой бумаги. Колпаки надевались на каждый колос отдельно. В каждый вариант входило по 20 колосьев, повторность 2-кратная.

В опыте 1954 г. в III варианте не отделенные от растений колосья заключались в темную фанерную камеру. Каждый вариант включал по 25 растений. В отличие от опыта 1956 г. в этом опыте не было IV варианта.

Результаты опыта 1956 г. приведены в табл. 1.

Из данных табл. 1 видно, что при удалении всех листьев (вариант II) абсолютный вес зерна значительно уменьшился (на 7,6 г). Также уменьшился абсолютный вес и при затемнении колосьев (вариант IV) — на 4,7 г. Это свидетельствует о том, что в наливе зерна важную роль играют не толь-

со листья, но и колосковые чешуи. В варианте III, где и удалены листья, и затемнены колосья, абсолютный вес зерна уменьшился еще больше — на 9,4 г.

Данные по изменению абсолютного веса зерна могут свидетельствовать только о влиянии листьев и колосковых чешуй на накопление в зерне общего количества веществ. Об изменении же соотношения поступающих при

Таблица 1

Влияние удаления листьев и затемнения колосьев на налив зерна пшеницы

Вариант	Абсолютный вес		Содержание азота					
			в процентах				абсолютн. колич.	
	1000 шт. зерн в г	в % к контролю	белкового	небелкового	общего	общего в % к контролю	в мг на 1000 зерен	в % к контролю
I. Контроль	48,3	100	2,46	0,18	2,64	100	1275	100
II. Удалены листья	40,7	84,3	2,19	0,18	2,37	89,9	965	75,7
III. Удалены листья + + затемнены колосья	38,9	80,6	2,36	0,19	2,55	96,6	992	77,9
IV. Затемнены колосья	43,6	90,2	2,38	0,19	2,57	97,3	1120	87,8

этом в зерно веществ — углеводов и азотистых веществ — можно судить по процентному содержанию азота в зерне. Так, содержание азота в зерне заметно снизилось при удалении листьев (вариант II, рис. 1). Это озна-

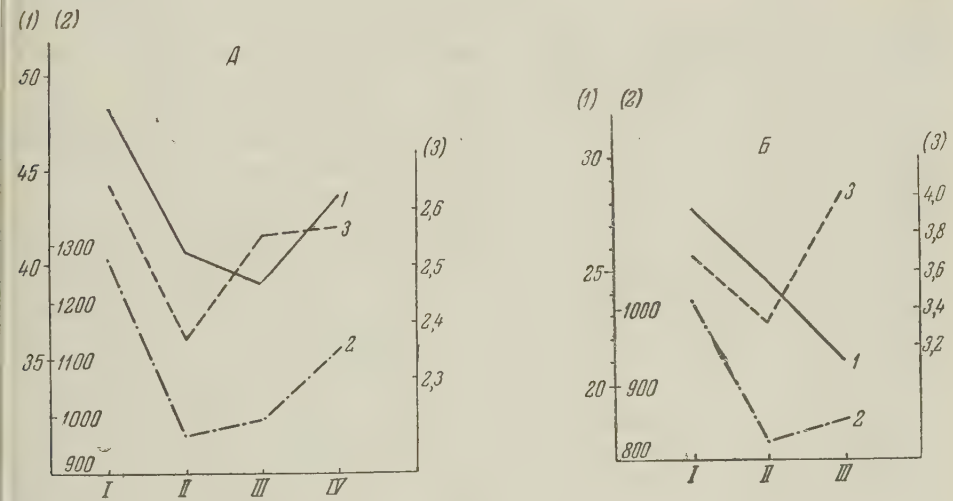


Рис. 1. Влияние удаления листьев и затемнения колосьев на налив зерна мягкой пшеницы. (*А* — опыт 1956 г.) и твердой пшеницы (*Б*—опыт 1954 г.). *I—IV* — варианты (см. текст). *1* — абсолютный вес (г), *2* — азот (мг), *3* — азот (%)

чает, что из листьев в зерно поступает азотистых веществ относительно больше, чем из других органов.

Если же у растений с удаленными листьями еще затемнить колосья (вариант III), то процент азота снова поднимается почти до уровня контроля, а в опыте 1954 г. (рис. 1 *Б*) — даже несколько выше контроля. Это непонятное на первый взгляд явление становится ясным, если сравнить абсолютное количество азота в зерне этих двух вариантов (рис. 1). Оно ока-

зывается почти одинаковым, т. е. затемнение колосьев не сказалось на поступлении в зерно азота. Но вследствие того, что при затемнении прекратилась ассимиляция колосковыми чешуями углекислоты и поставка из них в зерно углеводов, абсолютный вес зерна снизился, а относительное содержание азота повысилось. Таким образом, из результатов опытов с удалением листьев и затемнением колосковых чешуй можно заключить, что колосковые чешуи играют значительную роль в наливе зерна. За счет их ассимиляционной деятельности в период налива в зерне накапливается больше половины количества веществ, накапливаемых за счет всех листьев за это же время.

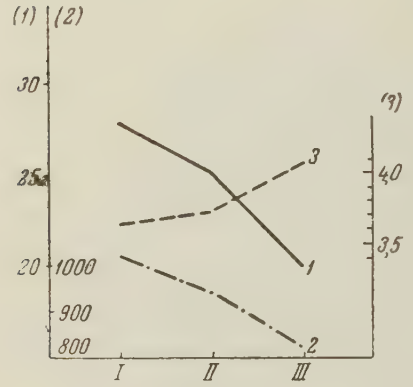


Рис. 2. Влияние удаления листьев различных ярусов на налив зерна. *I*—*III* — варианты: *I* — контроль, *II* — удалены нижние листья, *III* — удалены верхние листья. *1*—*3* — см. рис. 1

Подобно колосковым чешуям пшеницы, у хлопчатника, по данным Курсанова и Выскребенцевой [4], зеленые створки коробочек участвуют в питании волокон хлопчатника, направляя к ним смесь продуктов фотосинтеза, аналогичную той, которая поступает из листьев. Тем не менее, роль зеленых створок в питании волокон по своим масштабам менее значительна, чем роль листьев.

Вместе с тем, приведенные данные показывают, что из листьев в зерно поступает азотистых веществ относительно больше, чем из других органов. Очевидно, именно поэтому при удалении листьев процент азота заметно снизился как в опыте 1954 г. (с 3,68 до 3,33%), так и в опыте 1956 г. (с 2,64 до 2,37%). Соотношение азотистых веществ и углеводов, поступающих в зерно из колосковых чешуй, вероятно, более смещено в сторону углеводов, чем при поступлении из листьев. Колосковые чешуи являются в основном поставщиками углеводов.

В свою очередь, соотношение азотистых веществ и углеводов, поступающих в зерно из листьев различных ярусов, не одинаково. Это видно из результатов опыта, в котором у растений пшеницы перед колошением удалялись листья либо нижних, либо верхних ярусов (рис. 2).

Опыт проводился в Заволжье с орошаемой пшеницей Черноколосой остистой. Растения имели по 7 листьев. Ко времени постановки опыта (перед колошением) два нижних листа отмерли. Путем удаления в одном случае листьев верхних ярусов, в другом — нижних были созданы различные условия для налива зерна. Налив зерна шел либо при наличии 2 верхних более молодых листьев, либо при наличии 3 нижних более старых листьев. Площадь каждой делянки 3 м^2, повторность 2-кратная. Контрольными были растения, у которых листья не удалялись.

Из рис. 2 видно, что при удалении нижних листьев (вариант II), когда налив зерна шел при наличии верхних более молодых листьев, абсолютный вес зерна уменьшился, но процент азота в зерне почти не изменился. В варианте III, где налив зерна шел за счет нижних более старых листьев, абсолютный вес зерна резко уменьшился, но заметно повысилось содержание азота. В этом случае соотношение поступающих в зерно азотистых веществ и углеводов сместилось в сторону азота.

За счет листьев и колосковых чешуй в период налива в зерне накапливается, как это видно из приведенных данных, 15—25% веществ от общего веса зерна. Остальные 75—85% накапливаются за счет других органов — стебля, листовых влагалищ и т. д. Для того чтобы проследить за накоплением и оттоком веществ из стебля, был поставлен специальный опыт (табл. 2).

Опыт проводился на орошаемой твердой яровой пшенице Черноколосой

остистой в Заволжье. Начиная с фазы колошения через каждые 4 дня брались пробы стебля, в которых определялось накопление сухого вещества и содержание азотистых веществ. Каждый раз бралось второе междоузлие сверху, которое составляло около $^1/_4$ длины всего стебля.

Из данных табл. 2 видно, что прирост сухого веса стебля поливных растений пшеницы шел до начала молочной спелости, после чего началось постепенное, но четко выраженное падение его сухого веса. К концу налива зерна сухой вес стебля уменьшился более чем в 2 раза от своего максимального веса. Абсолютное количество азота в стебле (в мг на 100 стеблей) также увеличивается до молочной спелости, после чего падает до конца налива. Процент азота в стебле с момента начала налива зерна остается без изменения. Стебель у пшеницы выполняет, таким образом, функции временного органа запаса. Роль стебля пшеницы как органа запаса в отношении сахаров отмечалась в литературе ([5]). В ходе налива зерна, как видно из приведенных данных, из стебля происходит отток как углеводов, так и азотистых веществ, причем соотношение между ними в процессе оттока остается постоянным. В результате за счет листьев и колосковых чешуй в зерне накапливается около $^1/_4$ части веса зерна, а остальная часть веществ накапливается за счет стебля и других органов.

Таблица 2

Изменение сухого веса стебля и содержания в нем азота в период налива зерна

Дата взятия проб	Фаза развития	Сухой вес 100 стеблей, г	Общий азот, %	Содерж. азота в 100 стеблях, г
24 VII	Формирование зерна	25,8	—	—
27 VII	То же	29,6	0,32	95
2 VIII	Молочная спелость	50,1	—	—
6 VIII	» »	44,9	0,27	121
10 VIII	» »	39,9	—	—
14 VIII	Тестообразная спелость	30,7	0,30	92
18 VIII	Восковая спелость	26,4	—	—
22 VIII	» »	23,9	0,33	69
27 VIII	Полная спелость	22,0	0,30	66

Итак, в наливе зерна пшеницы значительную роль играют колосковые чешуи. Количество веществ, накапливаемое в зерне за счет ассимиляционной деятельности колосковых чешуй, в период налива зерна немногим уступает количеству веществ, притекающему из листьев за этот же период.

В процессе налива зерна из листьев в зерно поступает относительно больше азотистых веществ, чем из других органов. В свою очередь, соотношение поступающих в зерно из разных ярусов листьев азотистых веществ и углеводов не одинаково: из нижних более старых листьев в зерно поступает относительно больше азота, чем из верхних более молодых. Таким образом, чем выше на растении расположен орган, тем относительно меньше из него поступает в зерно азота. Или, другими словами, по мере старения органа соотношение поступающих в зерно азотистых веществ и углеводов смещается в сторону азота.

Институт физиологии растений
им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
10 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Прянишников, Журн. опытн. агрон., 1 (1900). [2] Н. С. Петинов, А. Н. Павлов, Физиол. раст., 2, в. 2 (1955). [3] А. Н. Павлов, Физиологическое обоснование приемов повышения содержания белка в зерне яровой пшеницы в условиях орошения, Кандидатская диссертация, 1955. [4] А. Л. Курсанов, Э. И. Выскребенцева, Физиол. раст., в. 2 (1954). [5] Т. Л. Чебанова, В. М. Макаревич, ДАН, 80, № 3 (1951).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Ф. Д. СКАЗКИН и И. Г. ЗАВАДСКАЯ

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ НЕДОСТАТОЧНОГО УВЛАЖНЕНИЯ ПОЧВЫ И АЗОТНОГО ПИТАНИЯ НА МИКРОСПОРОГЕНЕЗ У ЯЧМЕНЯ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 25 VI 1957)

В литературе есть данные о том, что микроспорогенез у растений нарушается при воздействии различных факторов, например, низких и высоких температур ([2], [9]), хлороформа ([9]). При этом наблюдали отклонения в анафазе и телофазе редукционных делений, а затем — образование стерильной пыльцы. Аномалии наблюдались и при нарушении питания растений. Так, было отмечено ([6]), что при ускоренной выгонке гиацинтов в этих условиях образуется стерильная пыльца в результате ненормального гетеротипного деления.

Питательная среда оказывает глубокое влияние на генеративный аппарат растений ([13]). Недостаток азота, например, в период кущение — колошение влечет за собой образование стерильной пыльцы и снижение урожая. Установлено, что при углеводном голодании томатов также образуется абортивная пыльца ([12]).

Таким образом, растительный организм и его хромозомный аппарат находятся в большой зависимости от окружающих условий.

Влажность воздуха и почвы — важнейшие элементы окружающей среды. Недостаточная влажность воздуха влияет на процесс оплодотворения ([7]). За последнее время появился ряд работ ([1], [10], [11]), в которых указывается на образование стерильной пыльцы при недостатке воды в почве, даже при высокой влажности воздуха.

Цель нашей работы — проследить влияние почвенной засухи и азотного питания на микроспорогенез и некоторые физиологические процессы у ячменя.

Опыты проводились в течение 3 лет (1954—1956 гг.).

За 3—4 дня до начала световой стадии и перед началом критического периода в почву вегетационных сосудов вносился азот (дополнительно 2 нормы азота из расчета смеси Гельригеля) в виде 1% раствора $Ca(NO_3)_2$. В период окончания световой стадии и в критический период в сосудах с растениями создавалась почвенная засуха (13% влажности от полной влагоемкости, что соответствовало коэффициенту завядания взятой почвы). В остальное время в опытных сосудах поддерживалась оптимальная влажность, как в контроле, именно 70% от полной влагоемкости. Окончание стадии яровизации определялось условно по образованию колосковых бугорков на конусе роста, конец световой стадии — по появлению тетрад в пыльниках средней части колоса *.

Результаты 3-летних опытов в основном совпадают, поэтому в данной статье приводятся лишь данные 1956 г.

При анализе структуры урожая было обнаружено большое количество неоплодотворенных цветков у тех растений, которые имели недостаток воды в почве, особенно во второй половине световой стадии. Наблюдения над пыльцой подтвердили наше предположение о том, что это может быть выз-

* Световая стадия в наших опытах включала собственно световую стадию и 3-ю стадию по В. А. Новикову.

вано образованием неполноценной пыльцы. Жизнеспособность пыльцы мы определяли по методу Шардакова ([14]). При «засухе» во второй половине световой стадии только 61,8% пыльцевых зерен оказались жизнеспособными. «Засуха» же в критический период оказала на пыльцу уже менее пагубное

Таблица 1

Жизнеспособность пыльцы и урожай зерна ячменя Винер (данные 1956 г.)

Вариант опыта		Жизнеспособность пыльцы цветков главного колоса, %	Число неоплодотворенных цветков главного колоса, %	Число зерен в главном колосе	Урожай зерна главного колоса с 10 растений	
					г	% к соответствующему контролю
Оптимальная влажность	2 н перед посевом	88,6	4,8	14,0	7,385	158
	2 н перед световой стадией	86,0	4,4	12,2	5,470	117
	2 н перед критическим периодом	87,0	0,0	12,5	6,170	132
	Контроль без азота	82,0	11,0	10,4	4,668	100
«Засуха» на световой стадии	2 н перед посевом	91,0	7,7	9,6	4,060	128
	2 н перед световой стадией	78,6	2,0	9,9	3,806	120
	Контроль без азота	61,8	22,0	7,9	3,166	100
«Засуха» в критический период	2 н перед посевом	89,5	0,9	11,0	4,809	115
	2 н перед критическим периодом	91,2	2,5	12,0	5,045	120
	Контроль без азота	81,4	4,2	2,0	4,220	100

действие (см. табл. 1). Из табл. 1 также видно, что там, где азот оказал положительное действие на пыльцу, завязывалось больше зерен.

Для наблюдений за микроспорогенезом формирующиеся колоски фиксировались в смеси Навашина и после соответствующей обработки окрашивались гематоксилином по Гайденгайну.

Удалось заметить в гетеротипном делении ряд аномалий: полярное расположение бивалентных хромозом, в том виде, в каком оно наблюдалось в метафазах контрольного материала, отсутствовало; хромозомы группировались по три и больше в разных участках цитоплазмы.

Постепенно бивалентные хромозомы расходились к полюсам, в то же время некоторые из хромозом оказывались разбросанными в плазме, и к полюсам отходило разное их количество. Вероятно, это приводило в дальнейшем к разнохромозомным гаметам и образованию неполноценной пыльцы ([6], [9]). Однако при внесении азота перед «засухой» и перед посевом подобные аномалии встречались редко.

Задержка хромозом в цитоплазме может быть, по-видимому, вызвана в частности высокой вязкостью плазмы. Дончо Костов, изучая полигеномные гибриды табаков, пришел к выводу, что нарушения в первом мейотическом делении под воздействием высоких и низких температур обусловлены повышением вязкости цитоплазмы ([8]). П. А. Генкель и К. П. Марголина ([4]) пришли к выводу, что во время засухи вязкость плазмы листьев и генеративных органов возрастает.

В наших опытах вязкость плазмы определялась методом центрифугирования в листьях по Генкелю ([3]). Данные представлены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что во время «засухи» на световой стадии вязкость в контроле была высокой, но при внесении азота она значительно снижалась. При оптимальной влажности при внесении азота вязкость плазмы также оказалась ниже, чем у контроля. Последнее согласуется с данными О. Г. Грамматикати ([5]).

Вязкость плазмы коррелирует с оводненностью тканей, ибо вода уча-

ствует во всех биохимических процессах, совершающихся в плазме. Под влиянием азотных удобрений оводненность тканей резко возрастала. Например, во время «засухи» на световой стадии общая оводненность составляла в контроле 210% к абсолютно сухому веществу, при внесении же азота 274%. Видимо, это зависело от водоудерживающей способности тканей, которая увеличивалась в тех же вариантах. Вязкость плазмы в большой мере зависит и от количества осмотически активных веществ в клетке. Мы эту величину определяли с помощью рефрактометра.

Оказалось, что при внесении азота перед «засухой» в критический период и световую стадию осмотическое давление увеличивается (20,2 и 17 атм., а в контроле, соответственно, 17 и 16 атм.). Это является показате-

Таблица 2

Вязкость плазмы листьев

Вариант опыта		Время смещения хлоропластов, мин.
Оптимальное увлажнение	2 н перед посевом	15
	2 н перед световой стадией	15
	Контроль — без азота	20
«Засуха» на световой стадии	2 н перед посевом	60
	2 н перед световой стадией	60
	Контроль — без азота	75

лем более высокой устойчивости к «засухе» азотных вариантов (см. также Генкель [3]).

Таким образом, результаты опытов дают возможность сказать, что почвенная засуха при неглубоком завядании растений, оказывая большое влияние на физиологические процессы, приводит к нарушению нормального процесса микроспорогенеза, завершающегося образование нормальной пыльцы. Внесение азота как перед посевом, так и перед «засухой», положительно влияет на физиологические процессы в растениях, нормализуя до некоторой степени обмен веществ. Это приводит к образованию меньшего количества стерильной пыльцы.

Во второй половине световой стадии «засуха» дает наибольшее количество нежизнеспособной пыльцы. Это заставляет предположить, что критический период к недостатку воды в почве, возможно, начинается несколько раньше момента образования тетрад — в период выделения из археспориальной ткани пыльников материнских клеток пыльцы, т. е. в период первого мейотического деления, который является очень ответственным в онтогенезе растений (здесь совершается редукция числа хромозом). Материнские клетки пыльцы тесно связаны с тапетумом. Через него поддерживается связь будущих пыльцевых зерен с растением. Поэтому изменения физиологических процессов в последнем, особенно при «засухе», отражаются и на гаметах.

Ленинградский государственный педагогический институт им. А. И. Герцена

Поступило 24 XI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Аникиев, Е. Н. Горощенко, ДАН, № 8 (1950). [2] A. F. Blakeslee, J. Belling, Science, 60 (1924). [3] П. А. Генкель, Тр. Инст. физиол. раст., 5, в. 1 (1948). [4] П. А. Генкель, К. П. Марголина, ДАН, № 4 (1951). [5] О. Г. Граммакати, ДАН, 11, № 3, 1948. [6] W. E. De Mol, Genetica, 2, (1928). [7] В. Г. Заблуда, Засухоустойчивость хлебных злаков в разные фазы развития, Свердловск, 1948. [8] Д. Костов, Соц. растениеводство, № 9 (1934). [9] А. Н. Лутков, Тр. бот., генет. и селекц., сер. 2, № 7 (1937). [10] Ф. Д. Сказкин, С. Е. Шпиленя, Уч. зап. Ленингр. гос. пед. инст. им. Герцена, 46 (1947). [11] М. Д. Свидерская, Влияние меди на некоторые физиологические процессы у овса при недостаточном водоснабжении почвы в разные периоды его развития, 1956. [12] F. S. Howlett, Ann. Bot., 50, 767 (1936). [13] В. Г. Церлинг, Сборн. памяти акад. Д. Н. Прянишникова, 1950. [14] В. С. Шардаков, ДАН, 26, № 3 (1940).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ЗООЛОГИЯ

С. К. КЛУМОВ

БЕРЕГОВЫЕ ЛЕЖБИЩА КОТИКОВ (CALLORHINUS URSINUS) И МЕСТА ОБИТАНИЯ КАЛАНОВ (ENHYDRA LUTRIS) НА КУРИЛЬСКИХ ОСТРОВАХ И ОРИЕНТИРОВОЧНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ЧИСЛЕННОСТИ

(Представлено академиком А. А. Григорьевым 28 II 1957)

В 1955 г. Экспедицией Института океанологии было начато обследование береговых лежбищ сивучей на Курильских о-вах для ориентировочного определения их численности. Работа производилась на зверобойной шхуне «Крылатка»* с 21 VI по 10 X. За это время было сделано 45 высадок на берега Курильских о-вов с тихоокеанской и охотоморской сторон, описаны отдельные участки берегов и обследованы 23 береговых лежбища сивучей ([2]). Кроме того, во время высадок и в процессе описания отдельных береговых участков Курильских о-вов были обнаружены и осмотрены места обитания каланов и береговые лежбища морских котиков.

В 1956 г. на той же шхуне проведено повторное обследование основных лежбищ сивучей и котиков и мест обитания каланов, для чего сделано еще 26 высадок на берега Курильских о-вов. Эта работа была проведена В. Ф. Канаевым и С. Д. Перелешиным, которым я приношу свою благодарность.

Морские котики считались на Курильских о-вах вымершими еще с конца прошлого столетия, когда в результате хищнического промысла иностранных промышленников все наиболее многочисленные береговые лежбища котиков были действительно разгромлены. В литературе указывалось, что котиков на Курильских островах больше нет ([3]). Такое мнение существует и в настоящее время ([4, 5]), так как за последние 70 лет, вплоть до воссоединения Курильских островов с Советским Союзом, серьезных исследований по изучению морских млекопитающих там не проводилось.

При обследовании береговых лежбищ сивучей в 1955 г. ([2]) нам пришлось заходить на шхуне в такие районы, которые на морских картах отмечены как места запретные для плавания, вследствие наличия неизученных течений, сулоев и подводных опасностей.

При первом же обследовании небольших островков «Каменные ловушки», проходившем 27 VIII 1955 г. в очень трудных навигационных условиях, нам все же удалось подойти на небольшом моторном вельботе к названной группе скал и осмотреть с близкого расстояния каждую из них (Долгую, Высокую, Низкую, Котиковую) и все прилегающие к ним отдельные камни и рифы. При осмотре скалы Котиковой, стоящей несколько в стороне (на северо-запад) от основной группы, мы обнаружили, что южная ее половина занята лежбищем котиков, которых мы насчитали около 2000 голов. На лежбище были половозрелые самцы, самки и молодняк — котики данного года рождения. Скала Котиковая представляет по форме

* Шхуна «Крылатка» в 1955 и 1956 гг. была предоставлена в распоряжение Экспедиции Управлением китобойных флотилий Дальнего Востока, руководству которого автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность.

трехгранную призму, две грани которой плавно спускаются в море. Высота «гребня» этой призмы—28 м над уровнем моря. Травянистой растительности на скале почти нет. Скала Котиковая, так же как и остальные скалы этой группы, вулканического происхождения; она сложена андезито-базальтами типичной столбообразной формы. Эти столбчатые отдельности образуют пологие склоны, падающие в море под углом около 30°. Протяженность этой скалы—около 300 м.

Секачи располагались у подошвы скалы, почти у самого уреза воды, хотя отдельные особи наблюдались и несколько выше, в 10—12 м от линии заплеска. Самки и детеныши лежали отступя от воды, поднимаясь по пологому склону до самой верхушки гребня. Молодые котики заполняли всю площадь склона, много их было и на самом гребне скалы; по своей численности они, безусловно, преобладали: их было в полтора-два раза больше, чем взрослых. Правда, много взрослых котиков было отмечено на воде.

Северная половина скалы Котиковой служила местом лежбища сивучей. Здесь также весьма плотно располагались секачи, самки и молодняк. В зоне соприкосновения сивучей с котиками оба вида лежали в непосредственной близости друг к другу, причем котики заходили на территорию, занятую сивучами, и наоборот. Никаких драк между сивучами и котиками мы не наблюдали. Таким образом, распространенное мнение о том, что сивучи якобы «мешают» котикам и вытесняют последних с лежбищ, является, вероятно, мало обоснованным и, может быть, имеет место только весной, в период формирования лежбищ. Мирное сосуществование котиков и сивучей мы наблюдали и на другом лежбище в 1955 и 1956 гг.

Повторное обследование лежбища котиков на Каменных ловушках, проведенное в сентябре 1956 г., лишь подтвердило наблюдения 1955 г.

Второе большое лежбище курильских котиков впервые было обнаружено нами также в 1955 г. при обследовании скал Среднёва, лежащих между о-вами Расшуа и Ушишир. Подходя 12 IX 1955 г. к скалам Среднёва в очень свежую погоду, мы не могли спустить на воду моторный вельбот, и нам пришлось ограничиться осмотром этих скал с верхнего мостика судна в 12-кратный бинокль. Мы обошли скалы Среднёва вокруг на расстоянии одной мили. На таком расстоянии трудно было различать виды зверей, залегавших на скале Хитрой весьма плотно. Но все же нам казалось, что среди сивучей, которые были ясно видны, там имеются и котики. Поэтому наличие на скале Хитрой лежбища котиков было нами условно отмечено на нашей промысловой карте и в судовом журнале как подлежащее повторному обследованию. В 1956 г. погода была благоприятной, и 12 IX, когда моторному вельботу удалось вплотную подойти к скалам Среднёва, В. Ф. Канаев и С. Д. Перелешин смогли убедиться в правильности определения, сделанного нами в 1955 г. С. Д. Перелешиным был произведен подсчет котиков на лежбище, располагавшемся на скале Хитрой, который показал наличие здесь 800—900 особей. Это лежбище также является продуцирующим; здесь были обнаружены секачи с гаремами самок и молодняк данного года рождения. Два котика были добыты, и один из них находится в коллекциях Института океанологии. Следует отметить, что на скале Хитрой котики лежали вперемежку с сивучами, относясь друг к другу вполне миролюбиво.

Кроме указанных лежбищ котиков, в 1955 г. нами были отмечены еще два небольших лежбища, располагавшихся — одно в южной части о. Парамушир, близ мыса Васильева, а второе близ южной оконечности о. Уруп, около мыса Вандер-Линда на отдельных камнях (с охотоморской стороны этого мыса). На первом лежбище мы наблюдали около двух десятков котиков, а на втором около сотни. На этих лежбищах деторождения, по-видимому, не происходит, однако детально обследовать их мы не могли.

Таким образом, после проведенных нами исследований можно считать доказанным наличие на Курильских о-вах двух продуцирующих лежбищ морского курильского котика — Callorhinus ursinus curilensis

ранее считавшегося нацело выбитым ([3–5]), с общей численностью около тыс. голов. По нашему мнению, имеется полная возможность путем прове-ения ряда охранных мероприятий добиться резкого увеличения поголовья отика — этого ценнейшего промыслового зверя, восстановить на Куриль-

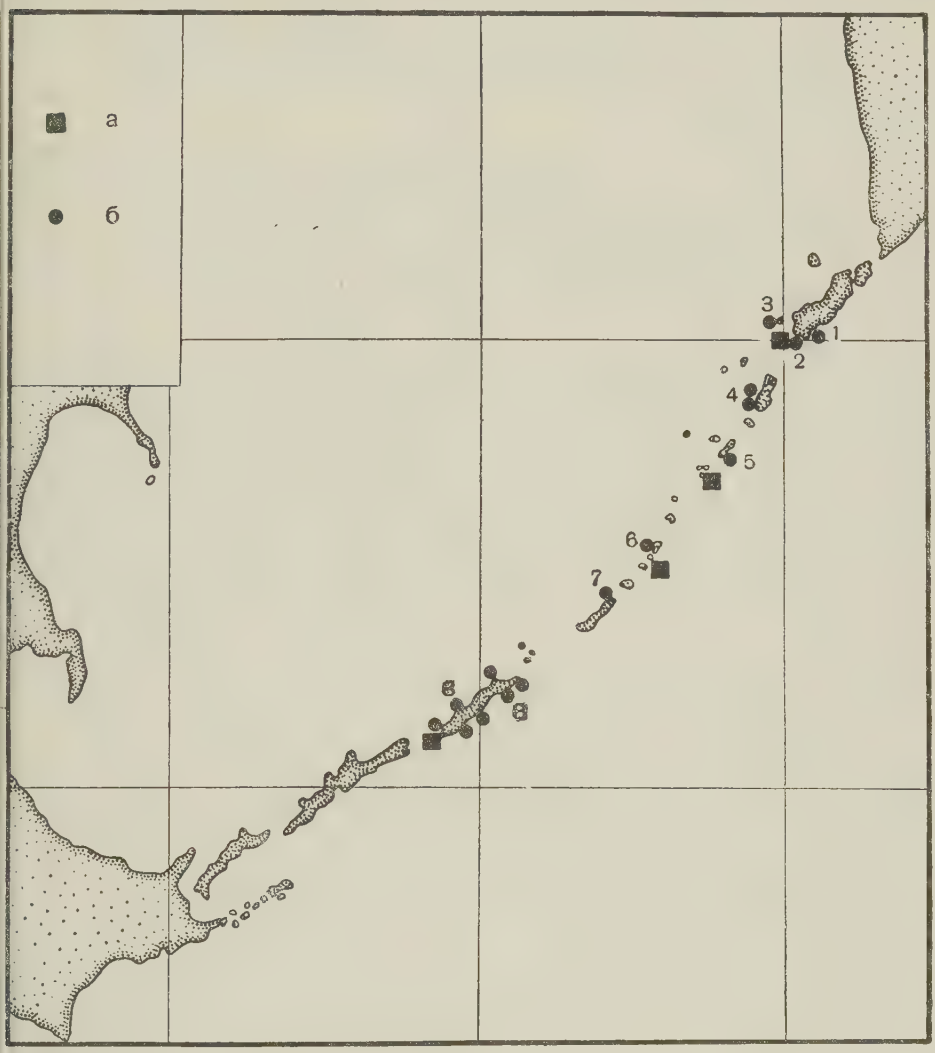


Рис. 1. Распределение береговых лежбищ котиков (*а*) и мест обитания каланов (*б*) на Курильских островах. Цифры около точек, показывающих места обитания каланов, соответствуют порядковому номеру описания данного места в тексте

ских о-вах прежний ареал и прежнюю его численность, достигавшую в прошлом веке 25 тыс. голов.

Места обитания каланов. В самой последней сводке по калану ([1]), характеризуя его распространение у Курильских о-вов, И. И. Барабаш-Никифоров пишет, что за исключением о. Шумшу, где обычно их бывает до десятка, обитание калана у этой гряды находится под вопросом, и что капитаны японских пароходов отмечают встречи отдельных особей в средней части гряды (между Онекотаном и Урупом).

С. М. Успенский ([4]) указывает на наличие калана на о-ве Уруп (со слов Б. Н. Васина) и единичных особей на о-вах Итуруп и Кунашир.

Проведенные нами исследования показали следующую картину распределения каланов на Курильских о-вах (рис. 1):

1. На о. Парамушире, близ китокомбината «Подгорный» мы наблюдали каланов еще в 1951 г. А. М. Миронов сообщил нам, что в 1956 г. в нескольких километрах на юго-восток от мыса Тухарка он наблюдал небольшую группу каланов, голов в 15—20, которые, по словам местных жителей, обитают здесь постоянно.

2. На о. Парамушир, близ мыса Копари обнаружено и подсчитано около 170 каланов, многие из которых были с детенышами. Экспедиция проверила это сообщение, и С. Д. Перелешин насчитал там 88 особей.

3. У южной оконечности о. Анциферова (Ширинки), мы наблюдали до 10 каланов.

4. На о. Онекотане, на участке между мысом Ангиби и мысом Субботина, еще в 1955 г. мы насчитали около 200 каланов. Многие самки были с детенышами.

5. С тихоокеанской стороны о. Шиашкотан, в его средней части, мы наблюдали каланов в количестве 7—8 голов.

6. У охотоморских берегов о. Расшуа мы насчитали немного более десятка каланов.

7. У северной оконечности о. Симушира, в проливе Дианы, близ входа в бухту Броутона в 1951 и 1955 гг. мы видели до 5 голов каланов. Местные жители говорили, что в бухте они постоянно наблюдали 2—3 каланов.

8. Местом самого обильного обитания каланов является прибрежная зона вокруг о. Уруп. Б. Н. Васин, который первый указал на наличие здесь каланов, насчитывал там около 300 голов. С. Д. Перелешин в сентябре 1955 г. провел обследование большей части береговой зоны этого острова и насчитал здесь 499 каланов. Обследуя прибрежную зону о. Уруп с моря также в сентябре 1955 г., мы видели каланов во многих точках побережья со стороны Охотского моря и Тихого океана. Общее впечатление о численности каланов на о. Уруп позволяет сказать, что здесь имеется стадо, значительно превышающее 500 голов.

Южнее о. Уруп, несмотря на тщательное обследование прибрежной зоны в 1951, 1955 и 1956 гг. каланов мы не обнаружили.

Таким образом, оценивая общую численность каланов на Курильских о-вах, можно считать, что мы располагаем сейчас стадом, поголовье которого достигает по крайней мере 1500 голов, если не больше (не считая каланов, обитающих на Командорских о-вах). СССР — единственная страна на земном шаре, обладающая таким большим стадом морских выдр.

Каланы, дающие высокоценную меховую шкурку, являются нашим национальным богатством, и необходимы самые строгие и решительные меры по их охране.

Следует отметить, что самостоятельное расселение каланов идет крайне медленно, если только вообще оно возможно, так как каланы весьма консервативны и не совершают далеких миграций. Поэтому для восстановления прежнего ареала и численности калана на Курильских о-вах недостаточно проведения только охранных мероприятий. Должны быть приняты меры также по отлову и расселению калана на острова, которые ранее являлись местами его постоянного обитания. Необходимо также усилить научно-исследовательские работы по калану и котику Курильских о-вов.

Считаю своим долгом отметить самоотверженную работу экипажа экспедиционного судна «Крылатка» в 1955 и 1956 гг. во главе с капитаном П. М. Леонардовым в труднейших условиях плавания в прикурильских водах. Всем членам экипажа я приношу свою глубокую благодарность.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
18 II 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. И. Барабаш-Никифоров, Калан, М., 1947. [2] С. К. Клумов, ДАН, 117, № 2 (1957). [3] Сноу, Зап. Общ. изуч. Амурского края, Владивосток, 8, № 1 (1902). [4] С. М. Успенский, Бюлл. МОИП, отд. Биол., № 4 (1955). [5] К. Кепуоп, F. Wilke, J. Mammol., **34**, № 1 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 117, № 1

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

Г. П. РОМАНОВА

КИШЕЧНЫЕ ПАРАЗИТЫ СЕГОЛЕТКОВ СУДАКА РЫБИНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 20 VI 1957)

В 1953 и 1954 гг. в Рыбинском водохранилище были произведены сборы сеголетков судака с целью изучения их питания. При анализе содержимого желудка и кишечника отмечались и кишечные паразиты.

Наиболее распространенными кишечными паразитами сеголетков судака Рыбинского водохранилища являются ювенальные стадии Bunodera luciopercae и Camallanus sp. Значительно реже и единично в судачке паразитируют Azygia lucii, Acanthocephalus lucii и, наконец, совсем редко Cestoda gen. sp. larvae. Для характеристики зараженности судачка на разных участках водохранилища в 1953 и 1954 гг. служат данные, приводимые в табл. 1.

Таблица 1

Зараженность сеголетков судака на разных участках водохранилища в 1953 и 1954 гг. (в %)

	Июнь — октябрь 1953 г.						Июль — октябрь 1954 г.					
	Bunodera luciopercae	Camallanus sp.	Azygia lucii	Acanthocephalus lucii	Cestoda gen. sp. larvae	исследовано рыб	Bunodera luciopercae	Camallanus sp.	Azygia lucii	Acanthocephalus lucii	Cestoda gen. sp. larvae	исследовано рыб
Центральный плес	18,9	22,7	0	0	0	211	20,0	57,5	0	7,5	0	40
Моложский отрог	17,5	13	0	0,5	0,5	200	27,4	36,6	0	0	0	142
Шекснинский отрог	4,3	5	1,5	0	0	140	19,3	45,3	2,2	1,5	0	135
Волжский отрог	12,4	8,2	0	0,5	0	194	18,4	45,5	0,4	2,4	0	255
Южно-Шекснинский отрог	22,3	44,5	11,2	5,6	0	18	19,0	57,1	0	19,0	0	21
Р. Волга (Углич, Мышкин)							22,5	44,8	1,1	0	0	89

По зараженности сеголетков судака в 1953 г. выделилось два участка Шекснинский и Южно-Шекснинский отроги. В первом из них число зараженных рыб незначительно, так B. luciopercae встречена там только у 4,3% рыб, Camallanus sp.— у 5% и Az. lucii — у 1,5% судака. В Южно-Шекснинском отроге, напротив, заражение относительно большое, и число рыб, в кишечниках которых найдена B. luciopercae превышало 20%, а рыб, зараженных Camallanus sp., было в несколько раз больше, чем на прочих участках водохранилища. Кроме того, у судака из Южно-Шекснинского отрога в относительно большем количестве встречались и другие паразиты, как Az. lucii и Ac. lucii.

В 1954 г. на отдельных участках водохранилища резких различий в зараженности сеголетков B. luciopercae не наблюдалось; несколько выделился

только Моложский отрог, где число рыб с этим паразитом составляло 27,4%, в остальных же местах оно колебалось от 18 до 22%. Что касается зараженности судака Camallanus sp., то и здесь таких резких различий, как в 1953 г., на отдельных участках водохранилища не было. Однако заметное преобладание его отмечено опять-таки в Южно-Шекснинском отроге и затем в Центральном плесе.

В Южно-Шекснинском же отроге найдено и большее количество судачка, зараженного Ac. lucii. Таким образом, в Южно-Шекснинском отроге в оба года наблюдений зараженность судачка, в сравнении с другими участками водоема, была больше.

При сравнении зараженности сеголетков судака B. luciopercae и Camallanus sp. в 1953 и 1954 гг. выяснилось, что она оказалась больше во втором случае. Если взять в среднем по водохранилищу, то по встречаемости B. luciopercae у судака эти годы отличались мало (15,1% в 1953 г. и 18,9% в 1954 г.). Однако в первый год наблюдений у большинства рыбок встречены единичные экземпляры ее, и только у нескольких судачков она была в довольно большом количестве, а в 1954 г. B. luciopercae в таком количестве паразитировала уже в значительной части стада судака. Более заметная разница по годам имела место в Моложском и Шекснинском отрогах. В первом из них B. luciopercae в 1953 г. отмечена у 17,5% сеголетков, а в 1954 г.— у 27,4%; во втором в 1953 г. B. luciopercae найдена у 4,3% судака, а в 1954 г.— у 19,3%, т. е. зараженность судачка в Шекснинском отроге в 1954 г. была в 4,5 раза больше.

Весьма значительные различия по годам имелись в заражении сеголетков судака Camallanus sp. Так, в среднем по водохранилищу им было заражено в 1953 г. 21% судака, а в 1954 г.— 48%, т. е. более чем в два раза. На отдельных же участках водохранилища зараженность была в 3—5—9 раз больше, чем в 1953 г. (Моложский, Волжский, Шекснинский отроги). Эти годы отличались и по количеству паразитов в одной рыбе. В 1953 г. число Camallanus sp. не превышало 9 экземпляров, в большинстве же случаев их было 1—3; в 1954 г. они часто встречались в количестве 10—12, а в некоторых рыбах до 37—42 экземпляров.

Большая зараженность сеголетков судака Camallanus sp. в 1954 г. объясняется, по-видимому, тем, что в этом году, по сравнению с предыдущим, численность рачкового планктона была, по данным Мануйловой, почти в два раза больше.

Несмотря на относительно большую зараженность в 1954 г. это не сказалось на темпе роста сеголетков судака и приросты длины и веса были даже выше, чем в предыдущем году (данные Вовк и Моисеева).

Зараженность сеголетков судака Рыбинского водохранилища в среднем за два года выразилась цифрами: B. luciopercae 17%, Camallanus sp. 34,5%, тогда как в р. Волге у Саратова экстенсивность инвазии указанными паразитами не превышала 8%.

Сеголетки судака в Рыбинском водохранилище заражаются паразитами на первом месяце жизни. Так, в июне встречаются: Cestoda gen. sp. larvae —у судака длиной 24,6 мм*, B. luciopercae — у судака длиной 16,7 мм, Camallanus sp. — у судака длиной 23 мм и Az. lucii — у судака длиной 21 мм.

Сеголетки судака уже в июне по характеру питания делятся на две основных группы, из которых одна по каким-либо причинам не может перейти с планктонного питания на рыбное, до осени питается только беспозвоночными, главным образом планктонными ракообразными, другая же рано переходит на рыбный рацион. Сеголетки, питающиеся планктоном, к осени достигают средней длины 61,5—76 мм, среднего веса 2,8—5,1 г. Сеголетки, питающиеся рыбой, имеют среднюю длину 85—107 мм, средний вес 7,5—15,7 г.

---

* Имеется в виду длина от начала рыла до основания лучей хвостового плавника.

Заражение B. luciopercae и Camallanus sp. в обоих группах популяции сеголетков судака шло в течение летних месяцев 1953 и 1954 гг. следующим образом (рис. 1). В оба года наблюдений судачок-планктофаг был заражен B. luciopercae больше, чем судачок-хищник. Это дает основание предполагать, что заражение судачка-планктофага указанным паразитом происходит через планктон. Главными кормовыми объектами этого судачка являются Daphnia longispina, Leptodora kindtii, Bythotrephes longimanus. Спорадически им потребляются Cyclops strenuus и Acanthocyclops viridis. Возможно, что какой-то рачок из перечисленных форм и является вторым промежуточным хозяином B. luciopercae. Идентичность кривых зараженности Camallanus sp. и B. luciopercae говорит именно о том, что источник инвазии должен быть один и тот же — планктон. Вероятнее всего, вторым промежуточным хозяином может оказаться Daphnia longispina. Висневским ([4]), например, установлено, что в водоемах Полесья вторым промежуточным хозяином B. luciopercae является Daphnia longispina, вид, близкий к Daphnia pulex по биологии и местам обитания.

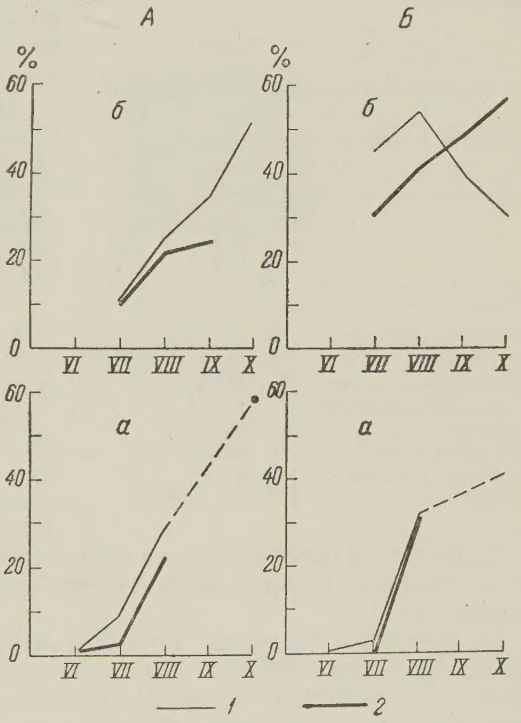


Рис. 1. Динамика зараженности сеголетков судака в Рыбинском водохранилище Bunodera luciopercae (*А*) и Camallanus sp. (Б) в 1953 (*а*) и 1954 (*б*) гг. (в %): *1* — при питании зоопланктоном, *2* — при питании рыбой

Выше упоминалось, что заражение сеголетков судака B. luciopercae происходит рано, в июне, но число зараженных рыб вначале очень незначительно, всего около 1%. Затем в течение лета идет постепенное увеличение зараженных рыб, и в октябре (в среднем по водохранилищу) они уже составляют 52—58%. Таким образом, у сеголетков судака наблюдается такой же ход заражения B. luciopercae, как и у взрослого судака из р. Волги под Саратовым (данные Лаврова), оз. Селигер ([2]) или из Днепра ([1]).

Разница только в сроках появления этого паразита у судака и в количестве зараженных рыб. Camallanus sp. у судачков, питающихся зоопланктоном, был обнаружен в июне всего у 1% рыбок. Затем число зараженных рыб постепенно увеличивалось, и в октябре составило около 40%. При рыбном питании Camallanus sp. у значительного количества судака появился только в августе (31,5%).

Существенной разницы в зараженности обеих групп популяции сеголетков судака не было.

В 1954 г. у судачка-планктофага и судачка-хищника как общий ход заражения Camallanus sp., так и степень зараженности им очень резко различались. У судачка-хищника количество зараженных рыб, начиная с июля, постепенно и закономерно увеличивалось, достигнув к ноябрю 57%. У судачка-планктофага, при значительно большей зараженности, чем у судака, питающегося рыбой, до июля число зараженных рыб также увеличивалось, но затем началось резкое уменьшение их. Такое на первый

взгляд парадоксальное явление объясняется тем, что мы здесь объединили весь материал без учета специфичности отдельных участков водохранилища. Если посмотреть на зараженность Camallanus sp. по месяцам на отдельных участках водохранилища в 1954 г., то мы увидим следующее (табл. 2).

На некоторых участках водохранилища процент зараженных рыб к осени увеличивался, в Моложском же отроге он уменьшился по сравнению с июнем почти в 3,5 раза, а в р. Волге более, чем в 1,5 раза, и это сказалось при определении среднего процента зараженности. Уменьшение зараженности судачка Camallanus sp. в Моложском отроге и в р. Волге связано с перераспределением сеголетков-планктофагов. Во второй половине лета в Моложский отрог и в Волгу из притоков скатываются сеголетки судака может быть менее зараженные, онито, по-видимому, и снижают средний процент заражения.

Таблица 2

Зараженность сеголетков судака Camallanus sp. в 1954 г. при планктонном питании (в %)

	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь
Центральный плес	0	10	80	
Моложский отрог	54	55,6	15,8	30,5
Шекснинский отрог	45,3	48,9		
Южно-Шекснинский отрог	42,8	66,8		
Волжский отрог	40	42,8	56,6	
Р. Волга (Углич, Мышкин)	53,9		36,4	

Полученные данные позволяют сформулировать следующие выводы:

1. Наиболее распространенными кишечными паразитами сеголетков судака Рыбинского водохранилища являются Bunodera luciopercae и Camallanus sp.

2. Большая зараженность сеголетков судака кишечными паразитами в 1953 и 1954 гг. отмечена в Южно-Шекснинском отроге.

3. Зараженность сеголетков судака Bunodera luciopercae и Camallanus sp. в 1954 г. была больше, чем в 1953 г., что связано с большей численностью зоопланктона.

4. Bunodera luciopercae появляется у незначительного количества сеголетков судака уже в июне, затем к осени процент зараженных рыб постепенно возрастает.

5. Наиболее заражены Bunodera luciopercae сеголетки судака, питающиеся рачковым планктоном, это наталкивает на мысль о том, что зоопланктеры, в частности Cladocera, преобладающие в питании судака, могут служить вторым промежуточным хозяином этого паразита.

Поступило
31 VIII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. С. Комарова, ДАН, 31, № 2 (1941). [2] Э. М. Ляйман, Бюлл. МОИП, отд. биол., 49, № 3—4 (1940). [3] А. П. Маркевич, Паразитофауна пресноводных рыб УССР, 1951. [4] W. L. Wisniewski, Wiadomosti Parazytologiczne (1955).